
2024年度

.....

【東大文系数学】

(講座番号101)

【成瀬予備校】

東大文系数学を受講するにあたって

受講前に行うこと

- (1) 必ず予習してから受講してください。
- (2) 入試当日の緊張感を持ち、制限時間内に論理に矛盾がない答案作成 (減点されない答案作成) を心がけてください。

制限時間内に答案を作成できた場合

- (1) 答案の作成を終えたら、答案の最初の一行から最後の一行まで、「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください。
- (2) 論理に矛盾がないことを確認でき、自信を持って答案作成できたのであれば、当該講義を受講する必要はありません。

制限時間内に答案を作成できなかった場合

- (1) 教科書・参考書・講義等を併用して、時間の許す限り答案の完成を試みてください。
- (2) 答案の作成を終えたら、答案の最初の一行から最後の一行まで、「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください。
- (3) 論理に矛盾がないことを確認でき、自信を持って答案作成できたのであれば、当該講義を受講する必要はありません。

受講後に行うこと

- (1) 答案に「不備があった」または「論理に矛盾があった」場合、なぜ不備や論理に矛盾があったのか、十分に復習を行なってください。
- (2) 十分に復習を行なった後、再度当該講義の問題を解き、「不備がない」「論理に矛盾がない」答案が作成できれば終了です。

目次

第1章	二次関数 (数学 I)	4
1.1	解の配置と共有点の条件 (標準)	5
第2章	正弦定理・余弦定理 (数学 I)	6
2.1	円に内接する四角形 (やや易)	7
第3章	図形の性質 (数学 A)	8
3.1	条件を満たす点の動きうる範囲の面積 (標準)	9
第4章	場合の数 (数学 A)	10
4.1	条件を満たす部分集合の個数 (やや難)	11
4.2	点と直線の規則性 (やや難)	12
第5章	確率 (数学 A)	13
5.1	直線上にある確率 (標準)	14
5.2	文字列が条件を満たす確率 (標準)	15
5.3	正八角形と反復試行 (やや難)	16
第6章	整数 (数学 A)	17
6.1	数列と整数 (標準)	18
第7章	数と式 (数学 II)	19
7.1	4次式の因数分解 (やや難)	20
第8章	図形と方程式 (数学 II)	21
8.1	放物線と円の共通接線 (標準)	22
8.2	正三角形の3頂点が存在する条件 (標準)	23
8.3	放物線の共通接線 (標準)	24
8.4	放物線に接する直交する2直線 (やや難)	25
第9章	軌跡と領域 (数学 II)	26
9.1	線分の通過領域 (やや難)	27
第10章	三角関数 (数学 II)	28
10.1	2つの円の共通接線 (標準)	29
第11章	対数関数 (数学 II)	30
11.1	指数不等式を満たす最小の自然数 (やや難)	31

第 12 章	微分法 (数学 II)	・ ・ ・ ・ ・	・ 32
12.1	円と 3 次関数の共有点の個数 (やや易)	・ ・ ・ ・ ・	33
12.2	領域に含まれる格子点がただ一つである条件 (標準)	・ ・ ・ ・ ・	34
12.3	法線が曲線と異なる 3 つの共有点をもつ条件 (標準)	・ ・ ・ ・ ・	35
12.4	正方形領域と放物線の共通部分 (やや難)	・ ・ ・ ・ ・	36
第 13 章	微分法・積分法 (数学 II)	・ ・ ・ ・ ・	・ 37
13.1	点と直線に関する全称命題と存在命題 (やや難)	・ ・ ・ ・ ・	38
第 14 章	数列 (数学 B)	・ ・ ・ ・ ・	・ 39
14.1	整数列の剰余の周期性 (やや難)	・ ・ ・ ・ ・	40
14.2	小数部分からなる数列 (やや難)	・ ・ ・ ・ ・	41
第 15 章	空間図形	・ ・ ・ ・ ・	・ 42
15.1	四面体の外接球の半径 (標準)	・ ・ ・ ・ ・	43

第1章 二次関数 (数学 I)

1.1 解の配置と共有点の条件 (標準)

(制限時間 : 25 分)

a, b を実数とする. 座標平面上の放物線

$$C : y = x^2 + ax + b$$

は放物線 $y = -x^2$ と 2 つの共有点を持ち, 一方の共有点の x 座標は $-1 < x < 0$ を満たし, 他方の共有点の x 座標は $0 < x < 1$ を満たす.

- (1) 点 (a, b) のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ.
- (2) 放物線 C の通りうる範囲を座標平面上に図示せよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 51 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 113 分)

[目次に戻る](#)

第2章 正弦定理・余弦定理 (数学 I)

2.1 円に内接する四角形 (やや易)

(制限時間 : 20 分)

四角形 ABCD が, 半径 $\frac{65}{8}$ の円に内接している. この四角形の周の長さが 44 で, 辺 BC と辺 CD の長さがいずれも 13 であるとき, 残りの 2 辺 AB と DA の長さを求めよ.

(東京大)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 47 分)

[目次に戻る](#)

第3章 図形の性質 (数学 A)

3.1 条件を満たす点の動きうる範囲の面積 (標準)

(制限時間 : 20 分)

平面上の点 P, Q, R が同一直線上にないとき, それらを 3 頂点とする三角形の面積を ΔPQR で表す. また, P, Q, R が同一直線上にあるときは, $\Delta PQR = 0$ とする.

A, B, C を平面上の 3 点とし, $\Delta ABC = 1$ とする. この平面上の点 X が

$$2 \leq \Delta ABX + \Delta BCX + \Delta CAX \leq 3$$

を満たしながら動くとき, X の動きうる範囲の面積を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 91 分)

[目次に戻る](#)

第4章 場合の数 (数学 A)

4.1 条件を満たす部分集合の個数 (やや難)

(制限時間 : 25 分)

N を 5 以上の整数とする. 1 以上 $2N$ 以下の整数から, 相異なる N 個の整数を選ぶ. ただし 1 は必ず選ぶこととする. 選んだ数の集合を S とし, S に関する以下の条件を考える.

条件 1 : S は連続する 2 個の整数からなる集合を 1 つも含まない.

条件 2 : S は連続する $N - 2$ 個の整数からなる集合を少なくとも 1 つ含む.

ただし, 2 以上の整数 k に対して, 連続する k 個の整数からなる集合とは, ある整数 l を用いて $\{l, l+1, \dots, l+k-1\}$ と表される集合を指す. 例えば $\{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$ は連続する 3 個の整数からなる集合 $\{1, 2, 3\}$, $\{7, 8, 9\}$, $\{8, 9, 10\}$ を含む.

- (1) 条件 1 を満たすような選び方は何通りあるか.
- (2) 条件 2 を満たすような選び方は何通りあるか.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 130 分)

[目次に戻る](#)

4.2 点と直線の規則性 (やや難)

(制限時間 : 25 分)

座標平面上に 8 本の直線

$$x = a \quad (a = 1, 2, 3, 4), \quad y = b \quad (b = 1, 2, 3, 4)$$

がある。以下, 16 個の点

$$(a, b) \quad (a = 1, 2, 3, 4, \quad b = 1, 2, 3, 4)$$

から異なる 5 個の点を選ぶことを考える。

(1) 次の条件を満たす 5 個の点の選び方は何通りあるか。

上の 8 本の直線のうち, 選んだ点を 1 個も含まないものがちょうど 2 本ある。

(2) 次の条件を満たす 5 個の点の選び方は何通りあるか。

上の 8 本の直線は, いずれも選んだ点を少なくとも 1 個含む。

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 44 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 124 分)

[目次に戻る](#)

第5章 確率 (数学 A)

5.1 直線上にある確率 (標準)

(制限時間 : 20 分)

座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という. 格子点上を次の規則 (a), (b) に従って動く点 P を考える.

(a) 最初に, 点 P は原点 O にある.

(b) ある時刻で点 P が格子点 (m, n) にあるとき, その 1 秒後の点 P の位置は, 隣接する格子点 $(m+1, n)$, $(m, n+1)$, $(m-1, n)$, $(m, n-1)$ のいずれかであり, また, これらの点に移動する確率は, それぞれ $\frac{1}{4}$ である.

(1) 最初から 1 秒後の点 P の座標を (s, t) とする. $t - s = -1$ となる確率を求めよ.

(2) 点 P が, 最初から 6 秒後に直線 $y = x$ 上にある確率を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 41 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 73 分)

[目次に戻る](#)

5.2 文字列が条件を満たす確率 (標準)

(制限時間 : 25 分)

どの目も出る確率が $\frac{1}{6}$ のさいころを 1 つ用意し、次のように左から順に文字を書く。さいころを投げ、出た目が 1, 2, 3 のときは文字列 A A を書き、4 のときは文字 B を、5 のときは文字 C を、6 のときは文字 D を書く。さらに繰り返しさいころを投げ、同じ規則に従って、A A, B, C, D をすでにある文字列の右側につなげて書いていく。

たとえば、さいころを 5 回投げ、その出た目が順に 2, 5, 6, 3, 4 であったとすると、得られる文字列は、

A A C D A A B

となる。このとき、左から 4 番目の文字は D, 5 番目の文字は A である。

- (1) n を正の整数とする。 n 回さいころを投げ、文字列を作るとき、文字列の左から n 番目の文字が A となる確率を求めよ。
- (2) n を 2 以上の整数とする。 n 回さいころを投げ、文字列を作るとき、文字列の左から $n - 1$ 番目の文字が A で、かつ n 番目の文字が B となる確率を求めよ。

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 49 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 135 分)

[目次に戻る](#)

5.3 正八角形と反復試行 (やや難)

(制限時間 : 25 分)

正八角形の頂点を反時計回りに A, B, C, D, E, F, G, H とする. また, 投げたとき表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインがある.

点 P が最初に点 A にある. 次の操作を 10 回繰り返す.

操作 : コインを投げ, 表が出れば点 P を反時計回りに隣接する頂点に移動させ, 裏が出れば点 P を時計回りに隣接する頂点に移動させる.

例えば, 点 P が点 H にある状態で, 投げたコインの表が出れば点 A に移動させ, 裏が出れば点 G に移動させる.

以下の事象を考える.

事象 S : 操作を 10 回行った後に点 P が点 A にある.

事象 T : 1 回目から 10 回目の操作によって, 点 P は少なくとも 1 回, 点 F に移動する.

- (1) 事象 S が起こる確率を求めよ.
- (2) 事象 S と事象 T がともに起こる確率を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 40 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 102 分)

[目次に戻る](#)

第6章 整数 (数学 A)

6.1 数列と整数 (標準)

(制限時間 : 20 分)

数列 a_1, a_2, \dots を

$$a_n = \frac{2^n C_n}{n!} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める.

- (1) a_7 と 1 の大小を調べよ.
- (2) $n \geq 2$ とする. $\frac{a_n}{a_{n-1}} < 1$ をみたす n の範囲を求めよ.
- (3) a_n が整数となる $n \geq 1$ をすべて求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 36 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 96 分)

[目次に戻る](#)

第7章 数と式 (数学 II)

7.1 4次式の因数分解 (やや難)

(制限時間 : 25 分)

定数 b, c, p, q, r に対し,

$$x^4 + bx + c = (x^2 + px + q)(x^2 - px + r)$$

が x についての恒等式であるとする.

(1) $p \neq 0$ であるとき, q, r を p, b で表せ.

(2) $p \neq 0$ とする. b, c が定数 a を用いて

$$b = (a^2 + 1)(a + 2), \quad c = -\left(a + \frac{3}{4}\right)(a^2 + 1)$$

と表されているとき, 有理数を係数とする t についての整式 $f(t)$ と $g(t)$ で

$$\{p^2 - (a^2 + 1)\} \{p^4 + f(a)p^2 + g(a)\} = 0$$

を満たすものを 1 組求めよ.

(3) a を整数とする. x の 4 次式

$$x^4 + (a^2 + 1)(a + 2)x - \left(a + \frac{3}{4}\right)(a^2 + 1)$$

が有理数を係数とする 2 次式の積に因数分解できるような a をすべて求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 51 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 241 分)

[目次に戻る](#)

第8章 図形と方程式 (数学 II)

8.1 放物線と円の共通接線 (標準)

(制限時間 : 20 分)

座標平面上で、放物線 $C : y = ax^2 + bx + c$ が 2 点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$, $Q(-\cos \theta, \sin \theta)$ を通り、点 P と点 Q のそれぞれにおいて円 $x^2 + y^2 = 1$ と共通の接線を持っている。ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。

- (1) a, b, c を $s = \sin \theta$ を用いて表せ。
- (2) 放物線 C と x 軸で囲まれた図形の面積 A を s を用いて表せ。
- (3) $A \geq \sqrt{3}$ を示せ。

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 76 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 136 分)

[目次に戻る](#)

8.2 正三角形の3頂点が存在する条件 (標準)

(制限時間: 20 分)

O を原点とする座標平面において、放物線

$$y = x^2 - 2x + 4$$

のうち $x \geq 0$ を満たす部分を C とする.

(1) 点 P が C 上を動くとき、 O を端点とする半直線 OP が通過する領域を図示せよ.

(2) 実数 a に対して、直線

$$l : y = ax$$

を考える. 次の条件を満たす a の範囲を求めよ.

C 上の点 A と l 上の点 B で、3 点 O, A, B が正三角形の 3 頂点となるものがある.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間: 69 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間: 137 分)

[目次に戻る](#)

8.3 放物線の共通接線 (標準)

(制限時間 : 20 分)

k を実数とし、座標平面上で次の 2 つの放物線 C, D の共通接線について考える.

$$C : y = x^2 + k$$

$$D : x = y^2 + k$$

- (1) 直線 $y = ax + b$ が共通接線であるとき、 a を用いて k と b を表せ. ただし $a \neq -1$ とする.
- (2) 傾きが 2 の共通接線が存在するように k の値を定める. このとき、共通接線が 3 本存在することを示し、それらの傾きと y 切片を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 34 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 116 分)

[目次に戻る](#)

8.4 放物線に接する直交する2直線 (やや難)

(制限時間: 25分)

a, b を実数とする. 座標平面上の放物線 $y = x^2 + ax + b$ を C とおく. C は, 原点で垂直に交わる2本の接線 l_1, l_2 を持つとする. ただし, C と l_1 の接点 P_1 の x 座標は, C と l_2 の接点 P_2 の x 座標より小さいとする.

- (1) b を a で表せ. また a の値はすべての実数を取りうることを示せ.
- (2) $i = 1, 2$ に対し, 円 D_i を, 放物線 C の軸上に中心を持ち, 点 P_i で l_i と接するものと定める. D_2 の半径が D_1 の半径の2倍となるとき, a の値を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間: 53分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間: 306分)

[目次に戻る](#)

第9章 軌跡と領域 (数学 II)

9.1 線分の通過領域 (やや難)

(制限時間 : 25 分)

座標平面の原点を O で表す.

線分 $y = \sqrt{3}x$ ($0 \leq x \leq 2$) 上の点 P と, 線分 $y = -\sqrt{3}x$ ($-2 \leq x \leq 0$) 上の点 Q が, 線分 OP と線分 OQ の長さの和が 6 となるように動く. このとき, 線分 PQ の通過する領域を D とする.

- (1) s を $0 \leq s \leq 2$ をみたす実数とすると, 点 (s, t) が D に入るような t の範囲を求めよ.
- (2) D を図示せよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 34 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 235 分)

[目次に戻る](#)

第10章 三角関数 (数学 II)

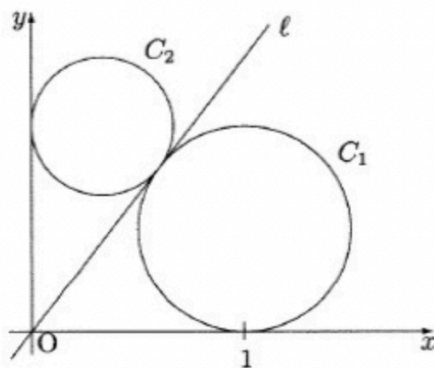
10.1 2つの円の共通接線 (標準)

(制限時間 : 25 分)

ℓ を座標平面上の原点を通り傾きが正の直線とする. さらに, 以下の 3 条件 (i), (ii), (iii) で定まる円 C_1, C_2 を考える.

- (i) 円 C_1, C_2 は 2 つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0$ で定まる領域に含まれる.
- (ii) 円 C_1, C_2 は直線 ℓ と同一点で接する.
- (iii) 円 C_1 は x 軸と点 $(1, 0)$ で接し, 円 C_2 は y 軸と接する.

円 C_1 の半径を r_1 , 円 C_2 の半径を r_2 とする. $8r_1 + 9r_2$ が最小となるような直線 ℓ の方程式と, その最小値を求めよ.



(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 35 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 108 分)

[目次に戻る](#)

第11章 対数関数 (数学 II)

11.1 指数不等式を満たす最小の自然数 (やや難)

(制限時間 : 20 分)

以下の問いに答えよ. 必要ならば, $0.3 < \log_{10} 2 < 0.31$ であることを用いてよい.

- (1) $5^n > 10^{19}$ となる最小の自然数 n を求めよ.
- (2) $5^m + 4^m > 10^{19}$ となる最小の自然数 m を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 47 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 114 分)

[目次に戻る](#)

第12章 微分法 (数学 II)

12.1 円と3次関数の共有点の個数 (やや易)

(制限時間 : 15 分)

a を正の実数とする. 座標平面上の曲線 C を $y = ax^3 - 2x$ で定める. 原点を中心とする半径 1 の円と C の共有点の個数が 6 個であるような a の範囲を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 49 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 74 分)

[目次に戻る](#)

12.2 領域に含まれる格子点がただ一つである条件 (標準)

(制限時間 : 20 分)

$a > 0, b > 0$ とする. 座標平面上の曲線

$$C : y = x^3 - 3ax^2 + b$$

が, 以下の 2 条件を満たすとする.

条件 1 : C は x 軸に接する.

条件 2 : x 軸と C で囲まれた領域 (境界は含まない) に, x 座標と y 座標がともに整数である点がちょうど 1 個ある.

b を a で表し, a のとりうる値の範囲を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 48 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 179 分)

[目次に戻る](#)

12.3 法線が曲線と異なる3つの共有点をもつ条件 (標準)

(制限時間 : 25 分)

$y = x^3 - x$ により定まる座標平面上の曲線を C とする. C 上の点 $P(\alpha, \alpha^3 - \alpha)$ を通り, 点 P における C の接線と垂直に交わる直線を l とする. C と l は相異なる3点で交わるとする.

(1) α のとりうる値の範囲を求めよ.

(2) C と l の点 P 以外の2つの交点の x 座標を β, γ とする. ただし $\beta < \gamma$ とする. $\beta^2 + \beta\gamma + \gamma^2 - 1 \neq 0$ となることを示せ.

(3) (2) の β, γ を用いて,

$$u = 4\alpha^3 + \frac{1}{\beta^2 + \beta\gamma + \gamma^2 - 1}$$

と定める. このとき, u のとりうる値の範囲を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 62 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 201 分)

[目次に戻る](#)

12.4 正方形領域と放物線の共通部分 (やや難)

(制限時間 : 25 分)

O を原点とする座標平面上で考える. 座標平面上の 2 点 $S(x_1, y_1)$, $T(x_2, y_2)$ に対し, 点 S が点 T から十分離れているとは,

$$|x_1 - x_2| \geq 1 \quad \text{または} \quad |y_1 - y_2| \geq 1$$

が成り立つことと定義する.

不等式

$$0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 3$$

が表す正方形の領域を D とし, その 2 つの頂点 $A(3, 0)$, $B(3, 3)$ を考える. さらに, 次の条件 (i), (ii) をともに満たす点 P をとる.

- (i) 点 P は領域 D の点であり, かつ, 放物線 $y = x^2$ 上にある.
- (ii) 点 P は, 3 点 O, A, B のいずれからも十分離れている.

点 P の x 座標を a とする.

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) 次の条件 (iii), (iv) をともに満たす点 Q が存在しうる範囲の面積 $f(a)$ を求めよ.
 - (iii) 点 Q は領域 D の点である.
 - (iv) 点 Q は, 4 点 O, A, B, P のいずれからも十分離れている.
- (3) a は (1) で求めた範囲を動くとする. (2) の $f(a)$ を最小にする a の値を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 58 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 403 分)

[目次に戻る](#)

第13章 微分法・積分法 (数学 II)

13.1 点と直線に関する全称命題と存在命題 (やや難)

(制限時間 : 30 分)

座標平面上の曲線

$$C : y = x^3 - x$$

を考える.

- (1) 座標平面上のすべての点 P が次の条件 (i) を満たすことを示せ.
 - (i) 点 P を通る直線 l で, 曲線 C と相異なる 3 点で交わるものが存在する.
- (2) 次の条件 (ii) を満たす点 P のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ.
 - (ii) 点 P を通る直線 l で, 曲線 C と相異なる 3 点で交わり, かつ, 直線 l と曲線 C で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるものが存在する.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 42 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 220 分)

[目次に戻る](#)

第14章 数列 (数学 B)

14.1 整数列の剰余の周期性 (やや難)

(制限時間 : 30 分)

数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = a_n^2 + n(n+2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) a_{2022} を 3 で割った余りを求めよ.
- (2) $a_{2022}, a_{2023}, a_{2024}$ の最大公約数を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 55 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 172 分)

[目次に戻る](#)

14.2 小数部分からなる数列 (やや難)

(制限時間 : 30 分)

実数 x の小数部分を, $0 \leq y < 1$ かつ $x - y$ が整数となる実数 y のこととし, これを記号 $\langle x \rangle$ で表す. 実数 a に対して, 無限数列 $\{a_n\}$ の各項 $a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ を次のように順次定める.

(i) $a_1 = \langle a \rangle$

(ii)
$$\begin{cases} a_n \neq 0 \text{ のとき, } a_{n+1} = \left\langle \frac{1}{a_n} \right\rangle \\ a_n = 0 \text{ のとき, } a_{n+1} = 0 \end{cases}$$

(1) $a = \sqrt{2}$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ を求めよ.

(2) 任意の自然数 n に対して $a_n = a$ となるような $\frac{1}{3}$ 以上の実数 a をすべて求めよ.

(3) a が有理数であるとする. a を整数 p と自然数 q を用いて $a = \frac{p}{q}$ と表すとき, q 以上のすべての自然数 n に対して, $a_n = 0$ であることを示せ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 54 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 274 分)

[目次に戻る](#)

第15章 空間図形

15.1 四面体の外接球の半径 (標準)

(制限時間 : 25 分)

半径 r の球面上に 4 点 A, B, C, D がある. 四面体 $ABCD$ の各辺の長さは, $AB = \sqrt{3}$, $AC = AD = BC = BD = CD = 2$ を満たしている. このとき r の値を求めよ.

(東京大)

[講義 part.1 部分を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[講義フル ver を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 63 分)

[目次に戻る](#)