
2024年度

.....
【ベーシック＋ハイレベル数学Ⅲ・C】

(講座番号031)

【成瀬予備校】

ハイレベル数学を受講するにあたって

受講前に行うこと

- (1) 必ず予習してから受講してください。
- (2) 入試当日の緊張感を持ち、制限時間内に論理に矛盾がない答案作成 (減点されない答案作成) を心がけてください。

制限時間内に答案を作成できた場合

- (1) 答案の作成を終えたら、答案の最初の一行から最後の一行まで、「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください。
- (2) 論理に矛盾がないことを確認でき、自信を持って答案作成できたのであれば、当該講義を受講する必要はありません。

制限時間内に答案を作成できなかった場合

- (1) 教科書・参考書・講義等を併用して、時間の許す限り答案の完成を試みてください。
- (2) 答案の作成を終えたら、答案の最初の一行から最後の一行まで、「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください。
- (3) 論理に矛盾がないことを確認でき、自信を持って答案作成できたのであれば、当該講義を受講する必要はありません。

受講後に行うこと

- (1) 答案に「不備があった」または「論理に矛盾があった」場合、なぜ不備や論理に矛盾があったのか、十分に復習を行なってください。
- (2) 十分に復習を行なった後、再度当該講義の問題を解き、「不備がない」「論理に矛盾がない」答案が作成できれば終了です。

目次

第1章	分数関数 (数学 III)	8
1.1	分数関数 (Basic)	9
1.2	分数関数のグラフ (Basic)	10
1.3	分数関数のグラフと直線の共有点 (High-level)	11
1.4	分数不等式 (High-level)	12
第2章	無理関数 (数学 III)	13
2.1	無理関数 (Basic)	14
2.2	無理関数のグラフ (Basic)	15
2.3	無理関数のグラフと直線の共有点 (High-level)	16
2.4	無理不等式 (High-level)	17
第3章	逆関数 (数学 III)	18
3.1	逆関数 (Basic)	19
3.2	逆関数 (High-level)	20
第4章	合成関数 (数学 III)	21
4.1	合成関数 (Basic)	22
4.2	合成関数 (High-level)	23
4.3	逆関数と合成関数 (High-level)	24
第5章	数列の極限 (数学 III)	25
5.1	数列の極限 (Basic)	26
5.2	数列の極限の性質 (Basic)	27
5.3	数列の極限 (High-level)	28
5.4	無限等比数列の極限 (High-level)	29
5.5	はさみうちの原理 (High-level)	30
5.6	漸化式とはさみうちの原理 (High-level)	31
5.7	隣接3項間漸化式と極限 (High-level)	32
5.8	連立漸化式と極限 (High-level)	33
第6章	無限級数 (数学 III)	34
6.1	無限級数の収束・発散 (Basic)	35
6.2	無限級数 (High-level)	36
6.3	調和級数 (High-level)	37

6.4	無限等比級数の収束・発散 (Basic)	38
6.5	無限級数の性質 (Basic)	39
6.6	コッホ雪片 (High-level)	40
6.7	無限冪級数 (High-level)	41
第7章	関数の極限 (数学 III)	42
7.1	関数の極限 (Basic)	43
7.2	関数の極限の性質 (Basic)	44
7.3	三角関数の極限 (Basic)	45
7.4	三角関数の極限 (High-level)	46
7.5	関数の極限 ($x \rightarrow \pm\infty$) (High-level)	47
7.6	関数の極限 ($x \rightarrow \pm\infty$) (High-level)	48
7.7	ネイピア数 (Basic)	49
7.8	ネイピア数 (High-level)	50
7.9	関数の連続・不連続 (Basic)	51
7.10	関数の連続性 (High-level)	52
7.11	中間値の定理 (Basic)	53
7.12	中間値の定理 (High-level)	54
第8章	微分法 (数学 III)	55
8.1	微分可能と連続性 (Basic)	56
8.2	微分可能 (High-level)	57
8.3	導関数の公式 (Basic)	58
8.4	三角関数の導関数 (Basic)	59
8.5	指数関数の導関数 (Basic)	60
8.6	対数関数の導関数 (Basic)	61
8.7	x^r (r は実数) の導関数 (Basic)	62
8.8	対数微分法 (High-level)	63
8.9	曲線上の点における接線の方程式 (High-level)	64
8.10	曲線外の点から引いた接線の方程式 (High-level)	65
8.11	平均値の定理 (Basic)	66
8.12	平均値の定理 (High-level)	67
8.13	単調増加・単調減少 (Basic)	68
8.14	減衰曲線の極値 (High-level)	69
8.15	曲線の凹凸 (Basic)	70
8.16	変曲点 (Basic)	71
8.17	漸近線 (Basic)	72
8.18	グラフの概形と数列の極限 (High-level)	73

8.19	陰関数表示のグラフの概形 (High-level)	74
8.20	アステロイド (High-level)	75
8.21	多変数関数の最小値 (High-level)	76
8.22	方程式への応用 (High-level)	77
8.23	マクローリン展開と不等式 (High-level)	78
8.24	2変数の不等式の証明 (High-level)	79
第9章	積分法 (数学 III)	80
9.1	置換積分法と部分積分法 (不定積分) (Basic)	81
9.2	置換・部分積分法 (不定積分) (High-level)	82
9.3	三角関数の積分 (不定積分) (High-level)	83
9.4	特殊な置換積分 (不定積分) (High-level)	84
9.5	置換積分法と部分積分法 (定積分) (Basic)	85
9.6	絶対値を含む関数と積分区間 (High-level)	86
9.7	逆三角関数の導関数 (Basic)	87
9.8	ウォリス積分 (High-level)	88
9.9	定積分を含む関数 (High-level)	89
9.10	定積分で表された関数の最大値 (High-level)	90
9.11	区分求積法 (Basic)	91
9.12	区分求積法 (High-level)	92
9.13	定積分と不等式の証明 (High-level)	93
9.14	定積分と極限 (High-level)	94
9.15	接線と曲線で囲まれた面積 (High-level)	95
9.16	カージオイドで囲まれた面積 (High-level)	96
9.17	非回転体の体積 (Basic)	97
9.18	非回転体の体積 (High-level)	98
9.19	回転体の体積 (Basic)	99
9.20	回転体の体積 (媒介変数表示) (High-level)	100
9.21	斜回転体の体積 (High-level)	101
9.22	曲線の長さ (Basic)	102
9.23	カタナリー曲線と伸開線の長さ (High-level)	103
第10章	ベクトル (数学 C)	104
10.1	有向線分とベクトル (Basic)	105
10.2	ベクトルの相等 (Basic)	106
10.3	ベクトルの演算 (Basic)	107
10.4	位置ベクトル (Basic)	108
10.5	ベクトルの成分 (Basic)	109

10.6	平行四辺形の頂点の座標 (High-level)	110
10.7	共線条件 (High-level)	111
10.8	分点の位置ベクトル (Basic)	112
10.9	三角形の面積比 (High-level)	113
10.10	交点の位置ベクトル (High-level)	114
10.11	直線のベクトル方程式 (Basic)	115
10.12	終点の存在範囲 (High-level)	116
10.13	内積 (Basic)	117
10.14	内積の計算 (High-level)	118
10.15	三角形の面積比 (High-level)	119
10.16	内積と平行条件・垂直条件 (Basic)	120
10.17	ベクトルの垂直条件 (High-level)	121
10.18	三角形の面積 (Basic)	122
10.19	三角形の面積 (High-level)	123
10.20	直線のベクトル方程式 (Basic)	124
10.21	円のベクトル方程式 (Basic)	125
10.22	単位ベクトル (Basic)	126
10.23	円のベクトル方程式 (High-level)	127
10.24	正射影ベクトル (Basic)	128
10.25	正射影ベクトル (High-level)	129
10.26	座標空間 (Basic)	130
10.27	2 定点と直線上の動点との距離の和 (High-level)	131
10.28	平面に関する対称点 (High-level)	132
10.29	球面の切り口が平面と接する条件 (High-level)	133
10.30	正四面体 (High-level)	134
第 11 章	二次曲線 (数学 C)	135
11.1	円錐曲線 (Basic)	136
11.2	楕円 (Basic)	137
11.3	グラフの平行移動 (陰関数表示) (Basic)	138
11.4	楕円と軌跡 (High-level)	139
11.5	楕円の接線の方程式 (Basic)	140
11.6	直線の方程式と法線ベクトル (Basic)	141
11.7	楕円の法線と角の二等分線 (High-level)	142
11.8	円の媒介変数表示 (Basic)	143
11.9	楕円の媒介変数表示 (Basic)	144
11.10	楕円の媒介変数表示 (High-level)	145

11.11	双曲線 (Basic)	146
11.12	双曲線と軌跡 (High-level)	147
11.13	双曲線の接線の方程式 (Basic)	148
11.14	楕円と双曲線の直交条件 (High-level)	149
11.15	双曲線の媒介変数表示 (Basic)	150
11.16	双曲線の媒介変数表示 (High-level)	151
11.17	放物線 (Basic)	152
11.18	2つの放物線の準線の一致 (High-level)	153
11.19	放物線の接線の方程式 (Basic)	154
11.20	極線が焦点を通るための条件 (High-level)	155
11.21	離心率 (Basic)	156
11.22	円錐曲線と離心率 (High-level)	157
第 12 章	極座標と極方程式 (数学 C)	158
12.1	極座標 (Basic)	159
12.2	直交座標と極座標 (Basic)	160
12.3	極方程式 (Basic)	161
12.4	直交座標と極座標 (High-level)	162
12.5	正葉曲線のグラフ (High-level)	163
12.6	極座標における回転体の体積 (High-level)	164
第 13 章	複素数平面 (数学 C)	165
13.1	複素数平面 (Basic)	166
13.2	複素数の加法・減法・実数倍 (Basic)	167
13.3	複素数の絶対値 (Basic)	168
13.4	2点間の距離 (Basic)	169
13.5	共役複素数の性質 (Basic)	170
13.6	複素数の絶対値と直角になる条件 (High-level)	171
13.7	複素数の実数条件と軌跡 (High-level)	172
13.8	極形式 (Basic)	173
13.9	複素数の乗法・除法 (Basic)	174
13.10	極形式 (High-level)	175
13.11	原点を中心とする回転移動 (Basic)	176
13.12	原点からの距離が最大となる点 (High-level)	177
13.13	平行移動と回転移動 (High-level)	178
13.14	ド・モアブルの定理 (Basic)	179
13.15	ド・モアブルの定理 (High-level)	180
13.16	1のn乗根 (Basic)	181

13.17	複素数の n 乗根 (High-level)	182
13.18	$(\gamma - \alpha)(\beta - \alpha)$ (High-level)	183
13.19	三角形 (High-level)	184
13.20	四角形 (High-level)	185
13.21	垂直条件 (High-level)	186
13.22	円の方程式 (High-level)	187
13.23	軌跡 (High-level)	188
13.24	領域 (High-level)	189

第1章 分数関数 (数学 III)

1.1 分数関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 12 分)

[目次に戻る](#)

1.2 分数関数のグラフ (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 30 分)

[目次に戻る](#)

1.3 分数関数のグラフと直線の共有点 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

2つの関数 $y = \frac{1}{x-1}$ と $y = -|x| + k$ のグラフが2個以上の点を共有する k の値の範囲は である.

(法政大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 80 分)

[目次に戻る](#)

1.4 分数不等式 (High-level)

(制限時間 : 10 分)

不等式 $\frac{3}{1 + \frac{2}{x}} \geq x^2$ を解け.

(武蔵工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 81 分)

[目次に戻る](#)

第2章 無理関数 (数学 III)

2.1 無理関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 5 分)

[目次に戻る](#)

2.2 無理関数のグラフ (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 38 分)

[目次に戻る](#)

2.3 無理関数のグラフと直線の共有点 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

- (1) 直線 $y = ax + 1$ が曲線 $y = \sqrt{2x - 5} - 1$ に接するように, 実数 a の値を定めよ.
- (2) 方程式 $\sqrt{2x - 5} - 1 = ax + 1$ の実数解の個数を求めよ. ただし, 重解は 1 個とみなす.

(広島文教女子大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 91 分)

[目次に戻る](#)

2.4 無理不等式 (High-level)

(制限時間 : 10 分)

不等式 $\sqrt{3x+4} > 4x-2$ の解を求めよ.

(広島経済大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[目次に戻る](#)

第3章 逆関数 (数学 III)

3.1 逆関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 36 分)

[目次に戻る](#)

3.2 逆関数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $y = f(x) = \frac{2x + c}{ax + b}$ のグラフが点 $\left(-2, \frac{9}{5}\right)$ を通り, かつ $x = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{2}{3}$ を漸近線にもつとする.

- (1) 定数 a, b, c の値を求めよ.
- (2) 関数 $y = f(x)$ の逆関数を求めよ.
- (3) 関数 $y = f(x)$ の値域が $\{y \mid y \geq 1\}$ となるとき, $f(x)$ の定義域を求めよ.

(九州共立大 改)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 97 分)

[目次に戻る](#)

第4章 合成関数 (数学 III)

4.1 合成関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 52 分)

[目次に戻る](#)

4.2 合成関数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

$0 \leq x \leq 1$ で定義された関数 $f(x) = |2x - 1|$ について,

- (1) $y = f(f(x))$ のグラフをかけ.
- (2) $f(f(f(x))) = x$ となる x の個数を求めよ.

(北海道大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 47 分)

[目次に戻る](#)

4.3 逆関数と合成関数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $f(x) = \frac{x-1}{x}$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f^{-1}(x) = \frac{1}{\square}$ であり, 合成関数 $g(f(x)) = \frac{x}{x-1}$ であるとき, $g(x) = \frac{1}{\square}$ である.

(湘南工科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 62 分)

[目次に戻る](#)

第5章 数列の極限 (数学 III)

5.1 数列の極限 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 44 分)

[目次に戻る](#)

5.2 数列の極限の性質 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 142 分)

[目次に戻る](#)

5.3 数列の極限 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

数列の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^9 - n^6} - n^3)$ の値は である.

(産業医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 68 分)

[目次に戻る](#)

5.4 無限等比数列の極限 (High-level)

(制限時間 : 10 分)

x を実数とし, 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left(\frac{5x+1}{x^2+5}\right)^n$ で定める. ただし, $n = 1, 2, 3, \dots$ とする.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ であるような x の範囲を求めなさい.

(福島大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 62 分)

[目次に戻る](#)

5.5 はさみうちの原理 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

$0 < a < b$ である定数 a, b がある. $x_n = \left(\frac{a^n}{b} + \frac{b^n}{a} \right)^{\frac{1}{n}}$ とおくとき

- (1) 不等式 $b^n < a(x_n)^n < 2b^n$ を証明せよ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ.

(立命館大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 103 分)

[目次に戻る](#)

5.6 漸化式とはさみうちの原理 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

関数 $f(x) = \sqrt{2\sqrt{2x+6}}$ に対して, 漸化式

$$x_1 = 1, x_{n+1} = f(x_n) \quad (n \geq 1)$$

によって数列 $\{x_n\}$ を定める. また, 方程式 $x = f(x)$ の解を α とする.

- (1) $y = x$ および $y = f(x)$ のグラフを用いて, 漸化式を説明せよ.
- (2) $|x_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|x_n - \alpha|$ ($n \geq 1$) を証明せよ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ.

(宮崎大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 156 分)

[目次に戻る](#)

5.7 隣接 3 項間漸化式と極限 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

$a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} = \frac{1}{4}(a_{n+1} + 3a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ.

- (1) $b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ.
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ.
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

(宮崎大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 55 分)

[目次に戻る](#)

5.8 連立漸化式と極限 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は, $a_1 = a, b_1 = 1 - a,$

$$\begin{cases} a_{n+1} = aa_n + bb_n \\ b_{n+1} = (1-a)a_n + (1-b)b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たしている. ただし, a, b は実数である.

- (1) $a_n + b_n = 1$ を示し, a_{n+1} を a_n, a, b を用いて表せ.
- (2) a_n を n, a, b を用いて表せ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ が収束するような a, b を座標とする点 (a, b) の存在する範囲を図示せよ.

(富山大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 137 分)

[目次に戻る](#)

第6章 無限級数 (数学 III)

6.1 無限級数の収束・発散 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 29 分)

[目次に戻る](#)

6.2 無限級数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

無限級数 $\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{1}{2^2} + \frac{5}{3^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{5}{3^3} + \dots$ の和を求めよ.

(東京電機大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 71 分)

[目次に戻る](#)

6.3 調和級数 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

$$A_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (A_n - \log n) = C$$

となることが知られている。ただし, \log は自然対数で, C は正の定数である。これを利用して,

$$B_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくとき, 数列 $\{B_n - K \log n\}$ が収束するように定数 K の値を定めよ。また, この極限値を C を用いて表せ。

(防衛大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 100 分)

[目次に戻る](#)

6.4 無限等比級数の収束・発散 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 78 分)

[目次に戻る](#)

6.5 無限級数の性質 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 26 分)

[目次に戻る](#)

6.6 コッホ雪片 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

1 辺の長さが a の正三角形 D_0 から出発して, 多角形 $D_1, D_2, \dots, D_n, \dots$ を次のように定める.

- (i) AB を D_{n-1} の 1 辺とする. 辺 AB を 3 等分し, その分点を A に近い方から P, Q とする.
- (ii) PQ を 1 辺とする正三角形 PQR を D_{n-1} の外側に作る.
- (iii) 辺 AB を折れ線 APRQB で置き換える.

D_{n-1} のすべての辺に対して (i) ~ (iii) の操作を行って得られる多角形を D_n とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) D_n の周の長さ L_n を a と n で表せ.
- (2) D_n の面積 S_n を a と n で表せ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.

(北海道大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 131 分)

[目次に戻る](#)

6.7 無限冪級数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

次の問いに答えよ.

(1) すべての自然数 n に対して, $2^n > n$ であることを示せ.

(2) 数列の和 $S_n = \sum_{k=1}^n k \left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}$ を求めよ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.

(広島大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[目次に戻る](#)

第7章 関数の極限 (数学 III)

7.1 関数の極限 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 32 分)

[目次に戻る](#)

7.2 関数の極限の性質 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 105 分)

[目次に戻る](#)

7.3 三角関数の極限 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 75 分)

[目次に戻る](#)

7.4 三角関数の極限 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

k を正の定数とする. 曲線 $y = \cos kx$ と 3 直線

$$x = -\theta, x = 0, x = \theta \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2k}\right)$$

との交点を通る円の中心を P とする. θ が 0 に近づくとき, P はどのような点に近づくか.

(東北大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 86 分)

[目次に戻る](#)

7.5 関数の極限 ($x \rightarrow \pm\infty$) (High-level)

(制限時間 : 20 分)

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos^2 \sqrt{x+1} + \sin^2 \sqrt{x})$ を求めよ.

(一橋大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 105 分)

[目次に戻る](#)

7.6 関数の極限 ($x \rightarrow \pm\infty$) (High-level)

(制限時間 : 15 分)

下の極限を求めよ. ただし, x は実数, $[x]$ は x を超えない最大の整数である.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 - \left[\frac{x}{2} \right]} \right)$$

(防衛医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 74 分)

[目次に戻る](#)

7.7 ネイピア数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 49 分)

[目次に戻る](#)

7.8 ネイピア数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

1 より大きい自然数 n に対して, 曲線 $y = x^n$ を C とする. x 軸上の正の部分に点 P をとり, P を通って x 軸に直交する直線が曲線 C と交わる点を Q , Q における C の接線が x 軸と交わる点を R , R を通って x 軸に直交する直線が C と交わる点を S , S における C の接線が x 軸と交わる点を T とする.

(1) P の座標を $(a, 0)$ とするとき, R の座標を a を用いて表せ.

(2) $a_n = \frac{\Delta PQR \text{ の面積}}{\Delta RST \text{ の面積}}$ とおくととき, a_n の値を求めよ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

(東京電機大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 90 分)

[目次に戻る](#)

7.9 関数の連続・不連続 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 37 分)

[目次に戻る](#)

7.10 関数の連続性 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

$-1 < x$ において, 関数 $f(x)$ は $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{x^{n+2} + x^n + 1}$ で定義されている. $f(x)$ を求めると, ある値 α で $f(x)$ が連続にならないことがわかる. このとき $f(\alpha)$ と等しい値をとるもうひとつの x は である.

(関西大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 80 分)

[目次に戻る](#)

7.11 中間値の定理 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 29 分)

[目次に戻る](#)

7.12 中間値の定理 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

p_1, p_2, p_3 を $p_1 < p_2 < p_3$ を満たす実数とし,

$$f(x) = (x - p_2)(x - p_3) + (x - p_3)(x - p_1) + (x - p_1)(x - p_2)$$

とすると、次の間に答えよ。

- (1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ は $p_1 < x < p_2$ と $p_2 < x < p_3$ の範囲にそれぞれ 1 つずつ解を持つことを示せ。
- (2) a_1, a_2, a_3 を $0 < a_1 < a_2 < a_3$ を満たす実数とし,

$$g(x) = a_1(x - p_2)(x - p_3) + a_2(x - p_3)(x - p_1) + a_3(x - p_1)(x - p_2)$$

とする。方程式 $f(x) = 0$ の解を α, β ($\alpha < \beta$) とおくと、2 次方程式 $g(x) = 0$ は $p_1 < x < \alpha$ と $p_2 < x < \beta$ の範囲にそれぞれ 1 つずつ解を持つことを示せ。

(北海道大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 136 分)

[目次に戻る](#)

第8章 微分法 (数学 III)

8.1 微分可能と連続性 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 87 分)

[目次に戻る](#)

8.2 微分可能 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

$f(x)$ と $g(x)$ は区間 $[-1, 1]$ で定義された関数で, つねに $|g(x)| \leq f(x)$ であるとする.
 $f(x)$ が微分可能, かつ, $f(0) = 0$ のとき,

- (1) $f'(0) = 0$ であることを証明せよ.
- (2) $g'(0) = 0$ であることを証明せよ.

(学習院大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 137 分)

[目次に戻る](#)

8.3 導関数の公式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 159 分)

[目次に戻る](#)

8.4 三角関数の導関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 52 分)

[目次に戻る](#)

8.5 指数関数の導関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 45 分)

[目次に戻る](#)

8.6 対数関数の導関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 32 分)

[目次に戻る](#)

8.7 x^r (r は実数) の導関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 23 分)

[目次に戻る](#)

8.8 対数微分法 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $f(x) = (ax)^{-\frac{(bx)^{cx}}{3}}$ の $x = 1$ における微分係数は $a = 8$, $b = e^{-1}$, $c = -\log 2$ であるとき $f'(1) = \boxed{}$ である. ただし, 対数は e を底とする自然対数とする.

(東京医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 54 分)

[目次に戻る](#)

8.9 曲線上の点における接線の方程式 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

曲線 $C_k : y = e^{-kx}$ (k は自然数, x は正の実数) について考える. 曲線 C_k 上の点 $P_k(t, e^{-kt})$ (t は正の実数) における曲線 C_k の接線を L_k とし, L_k と x 軸との交点を A_k , L_k と y 軸との交点を B_k とする. (原点を O とする)

- (1) $k = 1$ のとき, $\triangle OA_1B_1$ の面積は, $t = \boxed{}$ で最大値 $\boxed{}$ となる.
- (2) $\triangle OA_kB_k$ の面積は, $t = \boxed{}$ のとき, 最大値 $\boxed{}$ をとる.
- (3) $\triangle OA_kB_k$ の面積の最大値を S_k とする. 無限級数 $\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ は, $\boxed{}$ することになる.

(自治医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 140 分)

[目次に戻る](#)

8.10 曲線外の点から引いた接線の方程式 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

a を実数とする. xy 平面上の曲線 $C : y = xe^{-x}$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) C の接線で, 点 $(4, 0)$ を通るものの方程式を求めよ.
- (2) C の接線で, 点 $(a, 0)$ を通るものが存在しないような a の値の範囲を求めよ.
- (3) $a > 4$ である任意の a に対し, C の接線で, 点 $(a, 0)$ を通り, 接点の x 座標が 1 と 2 の間にあるものが存在することを示せ.

(山梨大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 104 分)

[目次に戻る](#)

8.11 平均値の定理 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[目次に戻る](#)

8.12 平均値の定理 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

2 以上の自然数 n に対して, 関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = (x-1)(2x-1)\cdots(nx-1)$$

と定義する. $k = 1, 2, \dots, n-1$ に対して, $f_n(x)$ が区間 $\frac{1}{k+1} < x < \frac{1}{k}$ でただ 1 つの極値をとることを証明せよ.

(九州大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 113 分)

[目次に戻る](#)

8.13 単調増加・単調減少 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 59 分)

[目次に戻る](#)

8.14 減衰曲線の極値 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $f(x) = e^{ax} \sin x$ は $x = \frac{\pi}{4}$ で極大値をとる.

- (1) 定数 a の値を求めよ.
- (2) $x > 0$ における $f(x)$ のすべての極大値の和を求めよ.

(京都工芸繊維大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 117 分)

[目次に戻る](#)

8.15 曲線の凹凸 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 40 分)

[目次に戻る](#)

8.16 変曲点 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 15 分)

[目次に戻る](#)

8.17 漸近線 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 32 分)

[目次に戻る](#)

8.18 グラフの概形と数列の極限 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

k を 2 以上の整数とする. また

$$f(x) = \frac{1}{k} \left((k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}} \right)$$

とおく. 以下の間に答えよ.

- (1) $x > 0$ において, 関数 $y = f(x)$ の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ.
- (2) 数列 $\{x_n\}$ が $x_1 > 1$, $x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) を満たすとき, $x_n > 1$ を示せ.
- (3) (2) の数列 $\{x_n\}$ に対し,

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ. また $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ.

(神戸大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 127 分)

[目次に戻る](#)

8.19 陰関数表示のグラフの概形 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

方程式 $x^2 + 2xy + 4y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$ を考える.

- (1) 上の方程式を y について解け. また, 上の方程式を満たす x, y がどちらも実数であるような x の範囲を求めよ.

- (2) (1) で得られた 2 つの関数のグラフを極大値, 極小値を明記し, 上に凸か下に凸かも考慮して描け. ただし, x の範囲は (1) で得られたものとする.

(愛知教育大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 126 分)

[目次に戻る](#)

8.20 アステロイド (High-level)

(制限時間 : 20 分)

$0 < r < 1$ を満たす実数 r に対して, 第 1 象限内の曲線 $C : x^r + y^r = 1$ を考える. 曲線 C 上の点 $P(p, q)$ をとり, l を点 P における C の接線とし, l が x 軸および y 軸と交わる点をそれぞれ A, B とする. 次の問いに答えよ.

- (1) 点 A と点 B の座標を p, q, r を用いて表せ.
- (2) 点 P を曲線 C 上のどこにとっても線分 AB の長さが同じになるような r の値を求めよ.

(大阪市立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 120 分)

[目次に戻る](#)

8.21 多変数関数の最小値 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

a, b を正の実数とする. x が $0 < x < 1$ の範囲を動くとき, 関数

$$f(x) = \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x}$$

の最小値を求めよ.

(学習院大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 65 分)

[目次に戻る](#)

8.22 方程式への応用 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $y = x + \frac{7}{x} - \frac{3}{x^2}$ の増減と極値を調べ, グラフの概形をかけ.
- (2) 3 次方程式 $x^3 - ax^2 + 7x - 3 = 0$ が相異なる 3 つの実数解をもつような実数 a の値の範囲を求めよ. また, この方程式が重解をもつときの実数 a の値とそのときの解を求めよ.

(兵庫県立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 98 分)

[目次に戻る](#)

8.23 マクローリン展開と不等式 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

自然数 n に対して, 関数 $g_n(x)$ を

$$g_n(x) = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!}$$

と定める. e を自然対数の底とする.

- (1) $x > 0$ のとき, $e^x > 1+x$ となることを示せ.
- (2) $x > 0$ のとき, $e^x > 1+x+\frac{x^2}{2}$ となることを示せ.
- (3) $x > 0$ のとき, すべての自然数 n に対して,

$$e^x > g_n(x)$$

となることを, 数学的帰納法によって示せ.

(室蘭工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 73 分)

[目次に戻る](#)

8.24 2変数の不等式の証明 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

a, b は $b \geq a > 0$ を満足する実数とするとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$\log b - \log a \geq \frac{2(b-a)}{b+a}$$

(お茶の水女子大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 60 分)

[目次に戻る](#)

第9章 積分法 (数学 III)

9.1 置換積分法と部分積分法（不定積分） (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 27 分)

[目次に戻る](#)

9.2 置換・部分積分法（不定積分）（High-level）

（制限時間：10分）

次の積分を計算しなさい。

$$(1) \int 2x \log |x + 1| dx$$

$$(2) \int \frac{x}{2\sqrt{x+1}} dx$$

（福島大）

[講義を視聴（現在無料）](#)

（講義時間：56分）

[目次に戻る](#)

9.3 三角関数の積分（不定積分） **(High-level)**

(制限時間 : 5 分)

不定積分 $\int e^{-x} \cos x dx$ を求めよ.

(山形大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 20 分)

[目次に戻る](#)

9.4 特殊な置換積分（不定積分） (High-level)

(制限時間 : 15 分)

$\tan \frac{x}{2} = t$ とおき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\sin x$ および $\cos x$ を t で表わせ.
- (2) $\frac{dx}{dt}$ を t で表わせ.
- (3) 不定積分 $\int \frac{5}{3 \sin x + 4 \cos x} dx$ を求めよ.

(埼玉大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 53 分)

[目次に戻る](#)

9.5 置換積分法と部分積分法（定積分） **(Basic)**

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 31 分)

[目次に戻る](#)

9.6 絶対値を含む関数と積分区間 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$ に対して, 定積分 $\int_0^2 f(2t^2 - 1) dt$ の値を求めよ.

(電気通信大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 37 分)

[目次に戻る](#)

9.7 逆三角関数の導関数 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 51 分)

[目次に戻る](#)

9.8 ウォリス積分 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

n を 0 または正の整数とし, $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ とおくとき,

(1) 等式 $a_n = \frac{n-1}{n} a_{n-2}$ ($n \geq 2$) が成り立つことを示せ.

(2) a_n を n の式で表せ.

(関西医科大学)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 66 分)

[目次に戻る](#)

9.9 定積分を含む関数 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

次の等式 $f(x) = (2x - k)e^x + e^{-x} \int_0^x f(t)e^t dt$ が成り立つような連続関数 $f(x)$ がある。ただし, k は定数である。このとき, $f(x)$ を求めよ。

(島根医科大 改)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 53 分)

[目次に戻る](#)

9.10 定積分で表された関数の最大値 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

$f(x) = e^{x-2|x|}$, $g(x) = \int_{x-1}^x f(t)dt$ とする. このとき次の問いに答えよ.

- (1) $g(x)$ を求めよ.
- (2) $g(x)$ の最大値と, その最大値を与える x の値を求めよ.

(兵庫県立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 91 分)

[目次に戻る](#)

9.11 区分求積法 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 54 分)

[目次に戻る](#)

9.12 区分解積分法 (High-level)

(制限時間 : 10 分)

極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{n}{k^2 + 3kn + 2n^2}$ を求めよ.

(電気通信大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 55 分)

[目次に戻る](#)

9.13 定積分と不等式の証明 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

自然対数 $\log x$ ($x > 0$) について、以下の問いに答えよ。

- (1) 実数 k, α, β が $k > 1, k \log k > \alpha > 0, \beta > 0$ を満たすものとする。このとき、曲線 $y = \log x$ の点 $(k, \log k)$ における接線、2 直線 $x = k - \alpha, x = k + \beta$, および x 軸に囲まれた図形の面積を求めよ。
- (2) $k \geq 2$ のとき、次の不等式を証明せよ。

$$\int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \log x dx < \log k$$

- (3) n を 3 以上の整数とすると、次の不等式を証明せよ。必要ならば、(2) の不等式が成り立つことを用いてもよい。

$$\left(n + \frac{1}{2}\right) \log \left(n + \frac{1}{2}\right) - n - \frac{3}{2} \log \frac{3}{2} + 1 < \log n!$$

(愛知県立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 141 分)

[目次に戻る](#)

9.14 定積分と極限 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

a を正の実数とし, n を正の整数とする.

- (1) $\frac{na}{\pi}$ をこえない最大の整数を m とするとき, 次の不等式を証明せよ.

$$2m \leq \int_0^{na} |\sin x| dx < 2(m+1)$$

- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^a |\sin nx| dx$ を求めよ.

(東北大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 82 分)

[目次に戻る](#)

9.15 接線と曲線で囲まれた面積 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

正の実数 x に対し, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{\log x}{x}$$

と定める. また, 曲線 $y = f(x)$ の変曲点 P における接線を l とする.

- (1) 点 P の座標を求めよ.
- (2) l の方程式を求めよ.
- (3) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ. また, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および l で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

(室蘭工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 78 分)

[目次に戻る](#)

9.16 カーゴイドで囲まれた面積 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

$O - xy$ 平面上の点 $A(-1, 0)$ を中心とする半径 1 の円 C 上の点 P における接線へ, 原点 O から下ろした垂線の足を Q とする. 点 P が, O を出発点とし, C 上を角速度 1 ラジアン / 秒で反時計回りに回転するとき,

- (1) t 秒後の Q の位置 $(x(t), y(t))$ を求めよ.
- (2) P が C 上を 1 周するとき, Q の描く曲線の概形をかき, この曲線が囲む図形の面積を求めよ.

(大阪工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 180 分)

[目次に戻る](#)

9.17 非回転体の体積 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 45 分)

[目次に戻る](#)

9.18 非回転体の体積 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

座標空間において, 2 点 $P(2, 0, 0)$, $Q(2, 0, 9)$ を結ぶ線分 PQ を z 軸のまわりに回転して得られる曲面を S とする.

- (1) 曲面 S と平面 $z = 0$ および, 平面 $z = 3 - 3x$ で囲まれる立体の体積を求めよ.
- (2) 曲面 S のうち, 平面 $z = 3 - 3x$ の下側にある部分の面積を求めよ.

(大阪市立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 160 分)

[目次に戻る](#)

9.19 回転体の体積 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 35 分)

[目次に戻る](#)

9.20 回転体の体積（媒介変数表示）（High-level）

（制限時間：20分）

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ をみたす実数とし、原点 O , $A(1, 0)$, $B(\cos 2\theta, \sin 2\theta)$ を頂点とする $\triangle OAB$ の内接円の中心を P とする。また、 θ がこの範囲を動くときに点 P が描く曲線と線分 OA によって囲まれた部分を D とする。以下の問に答えよ。

- (1) 点 P の座標は $\left(1 - \sin \theta, \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta}\right)$ で表されることを示せ。
- (2) D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

（神戸大）

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

（講義時間：118分）

[目次に戻る](#)

9.21 斜回転体の体積 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

曲線 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) を C とし, 直線 $y = 1 - x$ を l とする.

- (1) C 上の点 (x, y) と l の距離を $f(x)$ とするとき, $f(x)$ の最大値を求めよ.
- (2) C と l で囲まれた部分を l の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

(群馬大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 130 分)

[目次に戻る](#)

9.22 曲線の長さ (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 65 分)

[目次に戻る](#)

9.23 カテナリー曲線と伸開線の長さ (High-level)

(制限時間 : 25 分)

$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ とする. 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(t, f(t))$ ($t \geq 0$) における接線に点 $H(t, 0)$ から下ろした垂線の足を Q とする.

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(0, f(0))$ から P までの弧の長さ \widehat{AP} は $f'(t)$ に等しいことを示せ.
- (2) P と Q の距離 \overline{PQ} は \widehat{AP} に等しいことを示せ.
- (3) t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を変化するとき, Q の描く曲線の長さを求めよ.

(室蘭工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 159 分)

[目次に戻る](#)

第10章 ベクトル (数学 C)

10.1 有向線分とベクトル (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 41 分)

[目次に戻る](#)

10.2 ベクトルの相等 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 26 分)

[目次に戻る](#)

10.3 ベクトルの演算 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 112 分)

[目次に戻る](#)

10.4 位置ベクトル (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 29 分)

[目次に戻る](#)

10.5 ベクトルの成分 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 121 分)

[目次に戻る](#)

10.6 平行四辺形の頂点の座標 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

xy 平面上の 3 点 $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 1)$ にあと 1 点 A を加えることにより, それらが平行四辺形の 4 つの頂点になるとする. このとき, A の座標をすべて求めよ.

(関西大 改)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 85 分)

[目次に戻る](#)

10.7 共線条件 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数とし、平面上の点 P と点 Q を

$$P \left(\frac{1}{2} \{1 - \cos \theta - \sqrt{3}(\tan \theta - \sin \theta)\}, \frac{1}{2} \{\sqrt{3}(1 - \cos \theta) + \tan \theta - \sin \theta\} \right)$$
$$Q \left(\frac{1}{2} \{1 + \cos \theta - \sqrt{3}(\tan \theta + \sin \theta)\}, \frac{1}{2} \{\sqrt{3}(1 + \cos \theta) + \tan \theta + \sin \theta\} \right)$$

で定める. M を線分 PQ の中点とし, O を原点 (0, 0) とする.

- (1) \overrightarrow{PQ} と \overrightarrow{OM} を求めよ.
- (2) 3 点 O, P, Q は同一直線上にあることを示せ.
- (3) $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{PM}|$ となるような θ の値を求めよ.

(北海道大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 122 分)

[目次に戻る](#)

10.8 分点の位置ベクトル (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 30 分)

[目次に戻る](#)

10.9 三角形の面積比 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

三角形 ABC の 3 辺 AB, BC, CA 上にそれぞれ点 P, 点 Q, 点 R がある.

$$2\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{BC}$$

$$\vec{QA} + \vec{QB} + \vec{QC} = \vec{CA}$$

$$\vec{RA} + \vec{RB} + 2\vec{RC} = \vec{AB}$$

が成り立つとき, 次の問いに答えよ.

- (1) AP : PB を求めよ.
- (2) BQ : QC を求めよ.
- (3) 三角形 ABC の面積と三角形 PQR の面積をそれぞれ S_1, S_2 とするとき, $S_1 : S_2$ を求めよ.

(北海学園大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 54 分)

[目次に戻る](#)

10.10 交点の位置ベクトル (High-level)

(制限時間 : 15 分)

平面上の互いに異なる 3 つの点 O, A, B は同一直線上にないとする. 点 C は $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ を満たすとする. また, 線分 BC を $1:2$ に内分する点を P とし, 線分 AC を $2:3$ に内分する点を Q とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする.

- (1) $\overrightarrow{OP} = k\vec{a} + l\vec{b}$ を満たす実数 k, l を求めよ.
- (2) $\overrightarrow{OQ} = r\vec{a} + s\vec{b}$ を満たす実数 r, s を求めよ.
- (3) 線分 AP と線分 BQ の交点を R とする. $\overrightarrow{OR} = x\vec{a} + y\vec{b}$ を満たす実数 x, y を求めよ.

(室蘭工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 57 分)

[目次に戻る](#)

10.11 直線のベクトル方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 39 分)

[目次に戻る](#)

10.12 終点の存在範囲 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

実数 s, t は $s \geq 0, t \geq 0, 2s + t \leq 1$ をみたすとき, 2つのベクトル $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (2, 1)$ および座標平面上の原点 O に対し, 位置ベクトル $\vec{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ で定まる点 P が存在する範囲の面積は である.

(日本獣医畜産大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 108 分)

[目次に戻る](#)

10.13 内積 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 68 分)

[目次に戻る](#)

10.14 内積の計算 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

平面上の 4 点 O, A, B, C が $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 1$, $|\vec{OC}| = 5$, $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 3$, $\vec{OB} \cdot \vec{OC} = 4$ を満たすとき, 次の問に答えよ.

- (1) $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の値をすべて求めよ.
- (2) $|\vec{AB}|$ の値をすべて求めよ.

(東京海洋大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 55 分)

[目次に戻る](#)

10.15 三角形の面積比 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

平面上のベクトル \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} が $|\vec{OA}| = 3$, $|\vec{OB}| = 7$, $|\vec{OC}| = 4$ および $\vec{OB} = \frac{4}{3}\vec{OA} + \vec{OC}$ を満たす. AB を $1:2$ に内分する点を P とする. 以下の各問いに答えよ.

- (1) \vec{OA} と \vec{OC} のなす角を θ とするとき, $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (2) \vec{OP} を \vec{OA} と \vec{OC} で表せ.
- (3) $|\vec{OP}|$ を求めよ.
- (4) 点 Q は $\vec{OQ} = \frac{4}{5}\vec{OA} + \frac{3}{4}\vec{OC}$ を満たす. $\triangle OQC$ の面積 S_1 , $\triangle OBC$ の面積 S_2 の関係を $S_1 = kS_2$ と表すとき, k の値を求めよ.

(昭和大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 87 分)

[目次に戻る](#)

10.16 内積と平行条件・垂直条件 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 28 分)

[目次に戻る](#)

10.17 ベクトルの垂直条件 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

三角形 OAB において, $OA = 9$, $OB = 7$, 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 57$ である. $AB = \square$ であり, 頂点 O から直線 AB に下ろした垂線を OP とすると

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \square \vec{AB}$$

である. $\angle AOB$ の二等分線と辺 AB の交点を Q とすると, $AQ = \square$ であり, $PQ = \square$ である.

(千葉工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 74 分)

[目次に戻る](#)

10.18 三角形の面積 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 51 分)

[目次に戻る](#)

10.19 三角形の面積 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

$\triangle OAB$ が $|\vec{OA}| = 1$, $|\vec{AB}| = 2$ および $|\vec{OB}| = 2$ を満たすとする. t を $\frac{1}{2} < t < 1$ を満たす実数とし, 辺 AB を $1-t:t$ に内分する点を C , 辺 AB を $t:1-t$ に内分する点を D とする.

- (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を求めよ.
- (2) $\vec{OC} \cdot \vec{OD} = \frac{7}{6}$ とする. このとき, t の値を求めよ.
- (3) (2) の条件のもとで, $\triangle OCD$ の面積 S を求めよ.

(室蘭工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 69 分)

[目次に戻る](#)

10.20 直線のベクトル方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 28 分)

[目次に戻る](#)

10.21 円のベクトル方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 32 分)

[目次に戻る](#)

10.22 単位ベクトル (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 13 分)

[目次に戻る](#)

10.23 円のベクトル方程式 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

座標平面上に原点 O , 点 $A(5, 2)$, 点 $B(11, 10)$ がある. 条件 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ を満たす点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ. さらに, $|\overrightarrow{OP}|$ の最大値と最小値, およびそのときの P の座標をそれぞれ求めよ.

(長崎大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 71 分)

[目次に戻る](#)

10.24 正射影ベクトル (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 33 分)

[目次に戻る](#)

10.25 正射影ベクトル (High-level)

(制限時間 : 20 分)

三角形 OAB において、辺 AB を $2 : 1$ に内分する点を D 、直線 OA に関して点 D と対称な点を E 、点 B から直線 OA に下ろした垂線と直線 OA との交点を F とする。
 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし、 $|\vec{a}| = 4$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ を満たすとする。

- (1) \overrightarrow{OF} を \vec{a} を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{OE} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (3) $9|\overrightarrow{OE}| = 20|\overrightarrow{OF}|$ となるとき、 $|\vec{b}|$ の値を求めよ。

(北海道大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 57 分)

[目次に戻る](#)

10.26 座標空間 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 24 分)

[目次に戻る](#)

10.27 2 定点と直線上の動点との距離の和 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

空間内の 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, 3)$, $B(1, 1, -1)$, $C(7, 3, 5)$ がある. 直線 OA 上の動点 P に対して, 線分 BP, CP の長さの平方の和 $BP^2 + CP^2$ の最小値と, 線分の長さの和 $BP + CP$ の最小値を求めたい. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OA}$ (t は実数) とするとき, $BP^2 + CP^2$ を t の式で表せ.
- (2) $BP^2 + CP^2$ の最小値と, そのときの P の座標を求めよ.
- (3) 2 点 B, C から直線 OA に垂線を下ろし, 交点をそれぞれ H, K とするとき, H, K の座標を求めよ. また, 2 つのベクトル $\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{KC}$ のなす角を θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とするとき, $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (4) $BP + CP$ の値が最小となるのは, P が線分 HK をどのような比に分けるときかを説明せよ. また, そのときの P の座標, および $BP + CP$ の値を求めよ.

(長崎大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 154 分)

[目次に戻る](#)

10.28 平面に関する対称点 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

座標空間に 4 点 $A(1, 1, 2)$, $B(2, 0, 1)$, $C(1, 1, 0)$, $D(3, 4, 6)$ がある. 3 点 A, B, C の定める平面に関して点 D と対称な点を E とする. 点 E の座標を求めなさい.

(信州大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 69 分)

[目次に戻る](#)

10.29 球面の切り口が平面と接する条件 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

空間内に 3 点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, 2a, 0)$, $C(0, 0, 2a)$ をとる. ただし, $a > 0$ とする.

- (1) $2\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC}$ をみたす点 P 全体は, 球面であることを示し, その中心の座標と半径をそれぞれ a を用いて表せ.
- (2) (1) の球面を y 軸に垂直な平面で切った切り口が, xy 平面とただ 1 点で交わる円となるとき, この円の中心の座標と半径をそれぞれ a を用いて表せ.

(札幌医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 154 分)

[目次に戻る](#)

10.30 正四面体 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

- (1) 座標空間内の点 $A(0, 1, 0)$, $B(0, -1, 0)$ に対して, $ABCD$ が正四面体となるような xy 平面の $x > 0$ の部分にある点 C と空間内の $z > 0$ の部分にある点 D の座標をそれぞれ求めよ.
- (2) $\triangle ABC$ の重心を E とする. 線分 DE を $3:1$ に内分する点 G の座標を求めよ.
- (3) $\angle AGD = \alpha$ とするとき, $\cos \alpha$ の値を求めよ.
- (4) $\triangle AGD$ の面積を求めよ.

(愛知教育大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 91 分)

[目次に戻る](#)

第11章 二次曲線 (数学 C)

11.1 円錐曲線 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 55 分)

[目次に戻る](#)

11.2 楕円 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 255 分)

[目次に戻る](#)

11.3 グラフの平行移動（陰関数表示） (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 40 分)

[目次に戻る](#)

11.4 楕円と軌跡 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

k を実数とし, 楕円 $E : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ と直線 $l : x - y = k$ を考える. 次の問いに答えよ.

- (1) 直線 l が楕円 E に接するための k の条件を求めよ.
- (2) 直線 l と楕円 E が異なる 2 個の共有点を持つとき, k のとり得る値の範囲を求めよ.
- (3) k が (2) で求めた範囲を動くとき, 直線 l と楕円 E の 2 個の共有点の中点 P の軌跡を求めよ.

(広島大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 92 分)

[目次に戻る](#)

11.5 楕円の接線の方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 40 分)

[目次に戻る](#)

11.6 直線の方程式と法線ベクトル (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 34 分)

[目次に戻る](#)

11.7 楕円の法線と角の二等分線 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

$a > b > 0$ として, 座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を C とおく. C 上の点 $P(p_1, p_2)$ ($p_2 \neq 0$) における C の接線を l , 法線を n とする.

- (1) 接線 l および法線 n の方程式を求めよ.
- (2) 2点 $A(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$, $B(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ に対して, 法線 n は $\angle APB$ の二等分線であることを示せ.

(お茶の水女子大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 123 分)

[目次に戻る](#)

11.8 円の媒介変数表示 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 24 分)

[目次に戻る](#)

11.9 楕円の媒介変数表示 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 50 分)

[目次に戻る](#)

11.10 楕円の媒介変数表示 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

実数 x, y が $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ を満たしながら変化するとき, $(x-1)^2 + 4(y-1)^2$ の最大値は であり, 最小値は である.

(関西大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 57 分)

[目次に戻る](#)

11.11 双曲線 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 84 分)

[目次に戻る](#)

11.12 双曲線と軌跡 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

座標平面上に点 $A(-3, 1)$ をとる. 実数 t に対して, 直線 $y = x$ 上の 2 点 B, C を $B(t-1, t-1), C(t, t)$ で定める. 2 点 A, B を通る直線を l とする. 点 C を通り, 傾き -1 の直線を m とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) l と m が交点をもつための t の必要十分条件を求めよ.
- (2) t が (1) の条件を満たしながら動くとき, l と m の交点の軌跡を求めよ.

(大阪府立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 159 分)

[目次に戻る](#)

11.13 双曲線の接線の方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 6 分)

[目次に戻る](#)

11.14 楕円と双曲線の直交条件 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

楕円 $C_1 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ と双曲線 $C_2 : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ を考える. C_1 と C_2 の焦点が一致しているならば, C_1 と C_2 の交点でそれぞれの接線は直交することを示せ.

(北海道大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 93 分)

[目次に戻る](#)

11.15 双曲線の媒介変数表示 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 50 分)

[目次に戻る](#)

11.16 双曲線の媒介変数表示 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

媒介変数 t を用いて $x = \tan t$, $y = \frac{\sqrt{3}}{\cos t}$ で表される曲線上を動く点 P , y 軸上の点 $A(0, 2)$, および, P から直線 $y = k$ に引いた垂線の足 H を考える. 比 $\frac{PA}{PH}$ の値が P の位置によらず一定になるような定数 k がきまることを示せ.

(長崎大 改)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 65 分)

[目次に戻る](#)

11.17 放物線 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 82 分)

[目次に戻る](#)

11.18 2つの放物線の準線の一致 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

2次方程式 $3x^2 + 13x + 5 = 0$ の2つの解を α, β とする. p を正の実数とする. 放物線 $y = \alpha x^2 + px + \beta$ の準線と放物線 $y = \beta x^2 + px + \alpha$ の準線が一致するとき, $p = \boxed{}$ である.

(東海大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 67 分)

[目次に戻る](#)

11.19 放物線の接線の方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 12 分)

[目次に戻る](#)

11.20 極線が焦点を通るための条件 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

座標平面上に放物線 $C : y^2 = 4x$ と点 $A(-1, a)$ がある. ただし, a は実数とする.

- (1) C 上の点 $P\left(\frac{p^2}{4}, p\right)$ における接線の方程式を p を用いた式で表せ. ただし, $p \neq 0$ とする.
- (2) 点 A から C に引いた接線は 2 本存在することを証明せよ. また, それら 2 本の接線は直交することを証明せよ.
- (3) 点 A から C に引いた 2 本の接線の接点を Q, R とする. 直線 QR は C の焦点 F を通ることを証明せよ.

(山梨大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 127 分)

[目次に戻る](#)

11.21 離心率 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 22 分)

[目次に戻る](#)

11.22 円錐曲線と離心率 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

xy 平面において、原点 O と直線 $x = 2$ からの距離の比が $\sqrt{r} : 1$ であるような点 P について、次の各問に答えよ。

- (1) 点 P の軌跡を C とするとき、曲線 C の方程式を求めよ。
- (2) $r = 2$ のとき、軌跡 C はどのような図形になるか答え、その軌跡の概形を描け。
- (3) 軌跡 C が、長軸の長さが $\sqrt{5}$ であるような楕円になるときの r の値を求めよ。

(鹿児島大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 86 分)

[目次に戻る](#)

第12章 極座標と極方程式 (数学 C)

12.1 極座標 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 32 分)

[目次に戻る](#)

12.2 直交座標と極座標 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 19 分)

[目次に戻る](#)

12.3 極方程式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 22 分)

[目次に戻る](#)

12.4 直交座標と極座標 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

極方程式 $r = a \cos \theta \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ で与えられる曲線を C_1 とする. ただし, a は正の定数である. このとき, 次の各問いに答えよ.

- (1) 曲線 C_1 上の点 P と極 O を結ぶ直線 OP の点 P の側の延長上に $PQ = a$ となるように点 Q をとる. 点 P が C_1 上を動くときの点 Q の軌跡 C_2 の極方程式を求めよ.
- (2) (1) で求めた曲線 C_2 上の点 $Q(r_0, \theta_0)$ を通り, 点 Q と極 O を結ぶ直線に垂直な直線を l とする. 直線 l の直交座標 (x, y) に関する方程式を求めよ.
- (3) (2) で求めた直線 l は, 点 Q に関係なく常に点 $(a, 0)$ を中心とし半径が a の円に接することを証明せよ.

(鹿児島大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 86 分)

[目次に戻る](#)

12.5 正葉曲線のグラフ (High-level)

(制限時間 : 15 分)

座標平面上の曲線 $(x^2 + y^2)^2 = x^3 - 3xy^2$ を描け.

(東京医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 85 分)

[目次に戻る](#)

12.6 極座標における回転体の体積 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

xy 平面上で原点を極, x 軸の正の部分が始線とする極座標に関して, 極方程式 $r = 2 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) により表される曲線を C とする. C と x 軸とで囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ.

(京都大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 95 分)

[目次に戻る](#)

第13章 複素数平面 (数学 C)

13.1 複素数平面 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 46 分)

[目次に戻る](#)

13.2 複素数の加法・減法・実数倍 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 70 分)

[目次に戻る](#)

13.3 複素数の絶対値 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 13 分)

[目次に戻る](#)

13.4 2点間の距離 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 18 分)

[目次に戻る](#)

13.5 共役複素数の性質 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 108 分)

[目次に戻る](#)

13.6 複素数の絶対値と直角になる条件 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

k を実数として、2 次方程式 $x^2 + 2kx + 3k = 0$ の 2 つの解を α, β ($\alpha \neq \beta$) とする. i を虚数単位として次の問いに答えよ.

- (1) $|\alpha - i|^2 + |\beta - i|^2$ の値を k を用いて表せ.
- (2) 複素数平面において、複素数 α, β, i を表す点をそれぞれ A, B, P とする. $\angle APB$ が直角になるような k の値を求めよ.

(九州大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 95 分)

[目次に戻る](#)

13.7 複素数の実数条件と軌跡 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

下の問いに答えなさい.

- (1) $z + \frac{16}{z}$ が実数となるような 0 でない複素数 z が描く図形を複素数平面上に図示しなさい.
- (2) (1) でさらに $2 \leq z + \frac{16}{z} \leq 10$ となるような 0 でない複素数 z が描く図形を複素数平面上に図示しなさい.

(東京都立大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 100 分)

[目次に戻る](#)

13.8 極形式 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 27 分)

[目次に戻る](#)

13.9 複素数の乗法・除法 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 66 分)

[目次に戻る](#)

13.10 極形式 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

複素数平面上の原点 O と異なる 2 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して

$$3\alpha^2 - 6\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$$

が成り立つ. 3 点 O, A, B を通る円を C とする.

- (1) $\frac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表せ. ただし, 偏角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leq \pi$ とする.
- (2) 円 C の中心と半径を α を用いて表せ.
- (3) $|3\alpha - 2\beta|$ を β を用いて表せ.
- (4) 次が成り立つとき α を求めよ.
 - (ア) 点 z が円 C 上を動くとき $w = iz$ も C 上にある.
 - (イ) $a + \bar{a}$ は正の実数である.
 - (ウ) $|3\alpha - 2\beta| = 2\sqrt{6}$

(名古屋工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 163 分)

[目次に戻る](#)

13.11 原点を中心とする回転移動 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 98 分)

[目次に戻る](#)

13.12 原点からの距離が最大となる点 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数平面上において、等式 $5x^2 + 5y^2 - 6xy = 8$ を満たす点 $x + yi$ 全体の表す曲線を C_0 とする。また、曲線 C_0 を原点のまわりに $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた曲線を C_1 とする。等式 $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey = 4$ を満たす点 $x + yi$ 全体の表す曲線が C_1 であるとき、次の問いに答えよ。ただし、 x, y は実数、 i は虚数単位、 a, b, c, d, e は定数とする。

- (1) 点 $p + qi$ を原点のまわりに $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点を $s + ti$ とするとき、 p と q を s と t を用いて表せ。ただし、 p, q, s, t は実数とする。
- (2) a, b, c, d, e の値を求めよ。
- (3) 曲線 C_0 上の点で、原点からの距離が最大となる点をすべて求めよ。

(和歌山大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 92 分)

[目次に戻る](#)

13.13 平行移動と回転移動 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数平面上に原点 O と 3 点 $A(5)$, $B(-10-5i)$, $C(3+4i)$ をとる. $\triangle OAB$ を, 点 O が点 C に重なるように平行移動し, さらに点 C のまわりに θ だけ回転した. このとき, 点 A は点 $A'(\alpha)$ に, 点 B は点 $B'(\beta)$ に移った. ただし, $-\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とし, α, β は複素数とする. 3 点 O, C, A' が一直線上にあるとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\alpha, \sin \theta$ の値を求めよ.
- (2) β の値を求めよ.
- (3) $\angle B'OA'$ の大きさを求めよ.

(和歌山大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 99 分)

[目次に戻る](#)

13.14 ド・モアブルの定理 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 54 分)

[目次に戻る](#)

13.15 ド・モアブルの定理 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

(1) 複素数 α は $\alpha^2 + 3\alpha + 3 = 0$ を満たすとする. このとき, $(\alpha+1)^2(\alpha+2)^5 = \boxed{}$ である. また, $(\alpha+2)^s(\alpha+3)^t = 3$ となる整数 s, t の組をすべて求め, 求める過程とともに解答欄 (1) に記述しなさい.

(2) 多項式 $(x+1)^3(x+2)^2$ を x^2+3x+3 で割ったときの商は $\boxed{}$, 余りは $\boxed{}$ である. また, $(x+1)^{2021}$ を x^2+3x+3 で割ったときの余りは $\boxed{}$ である.

(慶應義塾大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 131 分)

[目次に戻る](#)

13.16 1のn乗根 (Basic)

[講義を視聴 \(無料\)](#)

(講義時間 : 49 分)

[目次に戻る](#)

13.17 複素数の n 乗根 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

複素数 $\alpha = 1 + \sqrt{3}i$ について, 次の問いに答えよ. ただし, $i^2 = -1$ とする.

- (1) $\alpha^2, \frac{1}{\alpha}$ の値をそれぞれ $a + bi$ (a, b は実数) の形で表せ.
- (2) $z^6 = \alpha^6$ となる複素数 z のうち, 実数でないものをすべて掛けた数を求めよ.

(大阪工業大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 75 分)

[目次に戻る](#)

13.18 $(\gamma - \alpha)(\beta - \alpha)$ (High-level)

(制限時間 : 15 分)

複素数平面上の相異なる 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ に対して

$$(3 + 9i)\alpha - (8 + 4i)\beta + (5 - 5i)\gamma = 0$$

が成立するとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\frac{\beta - \gamma}{\alpha - \gamma}$ の実部と虚部を求めよ.
- (2) $\angle ACB$ の大きさと $\frac{BC}{AC}$ を求めよ.
- (3) $\frac{AB}{AC}$ を求めよ.

(同志社大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 55 分)

[目次に戻る](#)

13.19 三角形 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

複素数平面上で、複素数 α, β, γ を表す点をそれぞれ A, B, C とする。次の問いに答えよ。

- (1) A, B, C が正三角形の 3 頂点であるとき

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha = 0 \quad \dots\dots (*)$$

が成立することを示せ。

- (2) 逆に、この関係式 (*) が成立するとき、 $A = B = C$ となるか、または、A, B, C が正三角形の 3 頂点となることを示せ。

(金沢大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 66 分)

[目次に戻る](#)

13.20 四角形 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数平面上の 4 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$, $D(\delta)$ を頂点とする四角形 $ABCD$ を考える. ただし, 四角形 $ABCD$ は, すべての内角が 180° より小さい四角形 (凸四角形) であるとする. また, 四角形 $ABCD$ の頂点は反時計回りに A, B, C, D の順に並んでいるとする. 四角形 $ABCD$ の外側に, 4 辺 AB, BC, CD, DA をそれぞれ斜辺とする直角二等辺三角形 APB, BQC, CRD, DSA を作る. 次の問いに答えよ.

- (1) 点 P を表す複素数を求めよ.
- (2) 四角形 $PQRS$ が平行四辺形であるための必要十分条件は, 四角形 $ABCD$ がどのような四角形であることか答えよ.
- (3) 四角形 $PQRS$ が平行四辺形であるならば, 四角形 $PQRS$ は正方形であることを示せ.

(広島大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 99 分)

[目次に戻る](#)

13.21 垂直条件 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

正の実数 k と虚数単位 i に対し $\alpha = ki$ と定め、 $\beta = \frac{1}{\alpha - 1}$, $\gamma = 2\alpha - 3$ として、複素数平面上に 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ をとる. また、 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ となるときの k の値を k_0 とする. 次の問いに答えよ.

- (1) β の実部と虚部をそれぞれ k で表せ.
- (2) k_0 の値を求めよ.
- (3) $k = k_0$ のとき、 $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ.
- (4) $k = k_0$ のとき、点 A と直線 BC の距離 d を求めよ.
- (5) $k = k_0$ のとき、 $\theta = \arg(\beta^{2023})$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする. θ の値を求めよ.

(宇都宮大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 115 分)

[目次に戻る](#)

13.22 円の方程式 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ をみたす定数とし, x の 2 次方程式

$$x^2 - (4 \cos \theta)x + \frac{1}{\tan \theta} = 0 \dots\dots(*)$$

を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) 2 次方程式 (*) が実数解をもたないような θ の値の範囲を求めよ.
- (2) θ が (1) で求めた範囲にあるとし, (*) の 2 つの虚数解を α, β とする. ただし, α の虚部は β の虚部より大きいとする. 複素数平面上の 3 点 $A(\alpha), B(\beta), O(0)$ を通る円の中心を $C(\gamma)$ とするとき, θ を用いて γ を表せ.
- (3) 点 O, A, C を (2) のように定めるとき, 三角形 OAC が直角三角形になるような θ に対する $\tan \theta$ の値を求めよ.

(九州大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 121 分)

[目次に戻る](#)

13.23 軌跡 (High-level)

(制限時間 : 25 分)

複素平面上において原点 O を中心とする半径 1 の円を C とする. 円 C の外部の点 $P(w)$ を通る円 C の 2 本の接線の接点をそれぞれ $A(\alpha)$, $B(\beta)$ とする. 直線 OP と直線 AB の交点を Q とし, Q の実軸に関して対称な点を $R(z)$ とする.

(1) z を w を用いて表せ.

(2) $z = \frac{1}{2}$, $z = \frac{i}{2}$ のときの w の値をそれぞれ γ , δ とする. 点 $R(z)$ が点 $\frac{1}{2}$ と点 $\frac{i}{2}$ を結ぶ直線上にあるとき, 点 $P(w)$ は原点 O , 点 γ , 点 δ の 3 点を通る円上にあることを示せ.

(3) 次の ①と②をつなげた曲線を考える.

① 点 $\frac{1}{2}$ と点 $\frac{i}{2}$ を結ぶ線分

② 円 $|z| = \frac{1}{2}$ 上で, 点 $\frac{i}{2}$ と点 $\frac{1}{2}$ を端点とし, 中心角が $\frac{3\pi}{2}$ の弧

点 $R(z)$ がこの曲線上を点 $\frac{1}{2}$ から出発し, ①を通過して点 $\frac{i}{2}$ へ, 次に②を通過して点 $\frac{1}{2}$ に戻ってくるときの点 $P(w)$ の軌跡を図示せよ.

(札幌医科大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 178 分)

[目次に戻る](#)

13.24 領域 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数 $\alpha = 2 + i$, $\beta = -\frac{1}{2} + i$ に対応する複素数平面上の点を $A(\alpha)$, $B(\beta)$ とする. このとき, 以下の間に答えよ.

- (1) 複素数平面上の点 $C(\alpha^2)$, $D(\beta^2)$ と原点 O の 3 点は一直線上にあることを示せ.
- (2) 点 $P(z)$ が直線 AB 上を動くとき, z^2 の実部を x , 虚部を y として, 点 $Q(z^2)$ の軌跡を x, y の方程式で表せ.
- (3) 点 $P(z)$ が三角形 OAB の周および内部にあるとき, 点 $Q(z^2)$ 全体のなす図形を K とする. K を複素数平面上に図示せよ.
- (4) (3) の図形 K の面積を求めよ.

(早稲田大)

[講義を視聴 \(現在無料\)](#)

(講義時間 : 132 分)

[目次に戻る](#)