2024年度

【ベーシック＋スタンダード＋ハイレベル数学 III・C パック】

（講座番号０３０）

【成瀬予備校】

スタンダード数学を受講するにあたって

受講前に行うこと

(1) 必ず予習してから受講してください.

(2) 思考に時間をかけて, 論理に矛盾がない答案作成 (減点されない答案作成) を心がけてください.

(3) 答案の作成を終えたら, 答案の最初の一行から最後の一行まで,「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください.

(4) 論理に矛盾がないことを確認でき, 自信を持って答案作成できたのであれば, 当該講義を受講する必要はありません.

受講後に行うこと

(1) 答案に「不備があった」または「論理に矛盾があった」場合, なぜ不備や論理に矛盾があったのか, 十分に復習を行なってください.

(2) 十分に復習を行なった後, 再度当該講義の問題を解き,「不備がない」「論理に矛盾がない」答案が作成できれば終了です.

ハイレベル数学を受講するにあたって

受講前に行うこと

(1) 必ず予習してから受講してください.

(2) 入試当日の緊張感を持ち, 制限時間内に論理に矛盾がない答案作成 (減点されない答案作成) を心がけてください.

制限時間内に答案を作成できた場合

(1) 答案の作成を終えたら, 答案の最初の一行から最後の一行まで,「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください.

(2) 論理に矛盾がないことを確認でき, 自信を持って答案作成できたのであれば, 当該講義を受講する必要はありません.

制限時間内に答案を作成できなかった場合

(1) 教科書・参考書・講義等を併用して, 時間の許す限り答案の完成を試みてください.

(2) 答案の作成を終えたら, 答案の最初の一行から最後の一行まで,「論理に矛盾がないか」時間をかけて丁寧に確認してください.

(3) 論理に矛盾がないことを確認でき, 自信を持って答案作成できたのであれば, 当該講義を受講する必要はありません.

受講後に行うこと

(1) 答案に「不備があった」または「論理に矛盾があった」場合, なぜ不備や論理に矛盾があったのか, 十分に復習を行なってください.

(2) 十分に復習を行なった後, 再度当該講義の問題を解き,「不備がない」「論理に矛盾がない」答案が作成できれば終了です.

目 次

第1章　分数関数 (数学 III)

1.1　分数関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 12 分)

目次に戻る

1.2　分数関数のグラフ　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

1.3　分数関数のグラフ　(Standard)

x の関数 $y = \dfrac{-2x-6}{x-3}$ のグラフは双曲線 $y = \dfrac{a}{x}$ を x 軸方向に b，y 軸方向に c だけ平行移動したものである．a, b, c の値を求めよ．

(麻布大　改)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 42 分)

目次に戻る

1.4　分数関数の決定　(Standard)

関数 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ のグラフが，$x=3$ と $y=1$ を漸近線とし，さらに点 $(2,2)$ を通るとき，b の値を求めよ．

(防衛大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 34 分)

目次に戻る

1.5　分数関数のグラフと直線の共有点　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

2 つの関数 $y = \dfrac{1}{x-1}$ と $y = -|x| + k$ のグラフが 2 個以上の点を共有する k の値の範囲は $\boxed{}$ である.

(法政大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 80 分)

目次に戻る

1.6　分数不等式　(High-level)

(制限時間 : 10 分)

不等式 $\dfrac{3}{1+\dfrac{2}{x}} \geqq x^2$ を解け.

(武蔵工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 81 分)

目次に戻る

第2章　無理関数 (数学 III)

2.1　無理関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 5 分)

目次に戻る

2.2　無理関数のグラフ　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 38 分)

目次に戻る

2.3　無理関数のグラフと直線の共有点　(Standard)

2 つの関数 $y = a|x-1| - a$ と $y = \sqrt{x}$ のグラフが，3 つの異なる共有点をもつための実数 a の条件を求めよ.

(法政大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 44 分)

目次に戻る

2.4　無理関数のグラフと直線の共有点　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

(1)　直線 $y = ax + 1$ が曲線 $y = \sqrt{2x-5} - 1$ に接するように，実数 a の値を定めよ．

(2)　方程式 $\sqrt{2x-5} - 1 = ax + 1$ の実数解の個数を求めよ．ただし，重解は 1 個とみなす．

(広島文教女子大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 91 分)

目次に戻る

2.5　無理方程式　(Standard)

方程式 $\sqrt{-2x+3} = -\dfrac{1}{x}$ を解け.

(龍谷大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 37 分)

目次に戻る

2.6　無理不等式　(High-level)

(制限時間 : 10 分)

不等式 $\sqrt{3x+4} > 4x-2$ の解を求めよ.

(広島経済大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 46 分)

目次に戻る

第3章　逆関数 (数学 III)

3.1　逆関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 36 分)

目次に戻る

3.2　逆関数　(Standard)

関数 $f(x) = \log_2(3x+4)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ.

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 39 分)

目次に戻る

3.3　逆関数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $y = f(x) = \dfrac{2x + c}{ax + b}$ のグラフが点 $\left(-2,\ \dfrac{9}{5}\right)$ を通り，かつ $x = -\dfrac{1}{3}$，$y = \dfrac{2}{3}$ を漸近線にもつとする.

(1)　定数 a, b, c の値を求めよ.

(2)　関数 $y = f(x)$ の逆関数を求めよ.

(3)　関数 $y = f(x)$ の値域が $\{y \mid y \geqq 1\}$ となるとき，$f(x)$ の定義域を求めよ.

(九州共立大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 97 分)

目次に戻る

第4章　合成関数 (数学 III)

4.1　合成関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 52 分)

目次に戻る

4.2　合成関数　(Standard)

$f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$ と $g(x) = \dfrac{x-2}{x-1}$ の合成関数を $f(g(x)) = \dfrac{ax+b}{2x+c}$ とする．定数 a, b, c を求めよ．

(東京都市大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 18 分)

目次に戻る

4.3　合成関数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

$0 \leqq x \leqq 1$ で定義された関数 $f(x) = |2x-1|$ について,

(1)　$y = f(f(x))$ のグラフをかけ.

(2)　$f(f(f(x))) = x$ となる x の個数を求めよ.

(北海道大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 47 分)

目次に戻る

4.4　逆関数と合成関数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{\boxed{}}$ であり，合成関数 $g(f(x)) = \dfrac{x}{x-1}$ であるとき，$g(x) = \dfrac{1}{\boxed{}}$ である．

(湘南工科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 62 分)

目次に戻る

第5章　数列の極限 (数学 III)

5.1　数列の極限　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 44 分)

目次に戻る

5.2　数列の極限の性質　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 142 分)

目次に戻る

5.3　数列の極限　(Standard)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^3}{2^2+4^2+\cdots\cdots+(2n)^2} = \boxed{} \text{ である．}$$

(大阪工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 78 分)

目次に戻る

5.4　数列の極限　(Standard)

極限 $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+3n+2}-n\right)$ を求めよ.

(成蹊大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 58 分)

目次に戻る

5.5　数列の極限　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

数列の極限 $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^9 - n^6} - n^3\right)$ の値は $\boxed{}$ である.

(産業医科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 68 分)

目次に戻る

5.6　無限等比数列の極限　(Standard)

極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{2^n+4^n}{3^n+4^n}$ を求めよ.

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 70 分)

目次に戻る

5.7　無限等比数列の極限　(High-level)

(制限時間 : 10 分)

x を実数とし，数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left(\dfrac{5x+1}{x^2+5}\right)^n$ で定める．ただし，$n = 1, 2, 3, \cdots$ とする．$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ であるような x の範囲を求めなさい．

(福島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 62 分)

目次に戻る

5.8　はさみうちの原理　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

$0 < a < b$ である定数 a, b がある．$x_n = \left(\dfrac{a^n}{b} + \dfrac{b^n}{a}\right)^{\frac{1}{n}}$ とおくとき

(1)　不等式 $b^n < a(x_n)^n < 2b^n$ を証明せよ．

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} x_n$ を求めよ．

(立命館大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 103 分)

目次に戻る

5.9　漸化式とはさみうちの原理　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

関数 $f(x) = \sqrt{2\sqrt{2}x + 6}$ に対して，漸化式

$$x_1 = 1,\ x_{n+1} = f(x_n) \quad (n \geqq 1)$$

によって数列 $\{x_n\}$ を定める．また，方程式 $x = f(x)$ の解を α とする．

(1)　$y = x$ および $y = f(x)$ のグラフを用いて，漸化式を説明せよ．

(2)　$|x_{n+1} - \alpha| \leqq \dfrac{2}{3}|x_n - \alpha|$　$(n \geqq 1)$ を証明せよ．

(3)　$\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ を求めよ．

(宮崎大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 156 分)

目次に戻る

5.10　隣接 2 項間漸化式と極限　(Standard)

$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{1}{3}a_n + 1\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　一般項 a_n を求めよ．

(2)　数列 $\{a_n\}$ の極限値を求めよ．

(西日本工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 27 分)

目次に戻る

5.11　隣接 3 項間漸化式と極限　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

$a_1 = 0,\ a_2 = 1,\ a_{n+2} = \dfrac{1}{4}(a_{n+1} + 3a_n)\ \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ.

(1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ.

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ.

(宮崎大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 55 分)

目次に戻る

5.12　連立漸化式と極限　(High-level)

(制限時間 : **20** 分)

2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は，$a_1 = a$，$b_1 = 1 - a$,

$$\begin{cases} a_{n+1} = aa_n + bb_n \\ b_{n+1} = (1-a)a_n + (1-b)b_n \end{cases} \qquad (n = 1, 2, \cdots)$$

を満たしている．ただし，a, b は実数である．

(1)　$a_n + b_n = 1$ を示し，a_{n+1} を a_n, a, b を用いて表せ.

(2)　a_n を n, a, b を用いて表せ.

(3)　数列 $\{a_n\}$ が収束するような a, b を座標とする点 (a, b) の存在する範囲を図示せよ.

(富山大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 137 分)

目次に戻る

第6章　無限級数 (数学 III)

6.1　無限級数の収束・発散　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 29 分)

目次に戻る

6.2　無限級数　(Standard)

級数 $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$ の和の値は $\boxed{}$ である.

(関西大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 41 分)

目次に戻る

6.3　無限級数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

無限級数 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{3}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{5}{3^2}+\dfrac{1}{2^3}+\dfrac{5}{3^3}+\cdots$ の和を求めよ.

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 71 分)

目次に戻る

6.4　調和級数　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

$$A_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

とおくとき,

$$\lim_{n\to\infty} (A_n - \log n) = C$$

となることが知られている．ただし，log は自然対数で，C は正の定数である．これを利用して,

$$B_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

とおくとき，数列 $\{B_n - K\log n\}$ が収束するように定数 K の値を定めよ．また，この極限値を C を用いて表せ.

(防衛大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 100 分)

目次に戻る

6.5　無限等比級数の収束・発散　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 78 分)

目次に戻る

6.6　無限級数の性質　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 26 分)

目次に戻る

6.7　無限等比級数　(Standard)

$$\frac{3+4}{5}+\frac{3^2+4^2}{5^2}+\cdots+\frac{3^n+4^n}{5^n}+\cdots=\boxed{}$$

(神奈川大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 46 分)

目次に戻る

6.8　コッホ雪片　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

1 辺の長さが a の正三角形 D_0 から出発して，多角形 $D_1, D_2, \cdots D_n, \cdots$ を次のように定める．

(i)　AB を D_{n-1}の 1 辺とする．辺 AB を 3 等分し，その分点を A に近い方から P, Q とする．

(ii)　PQ を 1 辺とする正三角形 PQR を D_{n-1}の外側に作る．

(iii)　辺 AB を折れ線 APRQB で置き換える．

D_{n-1} のすべての辺に対して (i) ~ (iii) の操作を行って得られる多角形を D_n とする．以下の問いに答えよ．

(1)　D_n の周の長さ L_n を a と n で表せ．

(2)　D_n の面積 S_n を a と n で表せ．

(3)　$\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ．

(北海道大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 131 分)

目次に戻る

6.9 無限等比級数の収束 (Standard)

$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，無限級数

$$\tan x + (\tan x)^3 + (\tan x)^5 + \cdots + (\tan x)^{2n-1} + \cdots$$

が収束するような x の範囲は $\boxed{}$ であり，級数の和が $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ になるのは $x = \boxed{}$ のときである．

(愛知工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 75 分)

目次に戻る

6.10　無限冪級数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

次の問いに答えよ.

(1)　すべての自然数 n に対して，$2^n > n$ であることを示せ.

(2)　数列の和 $S_n = \sum_{k=1}^{n} k \left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}$ を求めよ.

(3)　$\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ.

(広島大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 46 分)

目次に戻る

第7章　関数の極限 (数学 III)

7.1 関数の極限 (Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 32 分)

目次に戻る

7.2　関数の極限の性質　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 105 分)

目次に戻る

7.3　関数の極限（ $x \to a$ ）　**(Standard)**

次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = \boxed{}$$

(北見工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 69 分)

目次に戻る

7.4　極限値が存在するための条件　(Standard)

次の等式が成り立つように，定数 a, b の値を定めよ．

$$\lim_{x \to 3} \frac{a\sqrt{x} - b}{x - 3} = 4$$

(秋田県立大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 58 分)

目次に戻る

7.5　三角関数の極限　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 75 分)

目次に戻る

7.6　三角関数の極限　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

k を正の定数とする. 曲線 $y = \cos kx$ と 3 直線

$$x = -\theta,\ x = 0,\ x = \theta\ \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2k}\right)$$

との交点を通る円の中心を P とする. θ が 0 に近づくとき, P はどのような点に近づくか.

(東北大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 86 分)

目次に戻る

7.7　関数の極限（ $x \to \pm\infty$ ）　(Standard)

$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x}+x)$ の値は $\boxed{}$ である.

(会津大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 33 分)

目次に戻る

7.8　関数の極限（$x \to \pm\infty$）　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\cos^2\sqrt{x+1}+\sin^2\sqrt{x}\right)$ を求めよ.

(一橋大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 105 分)

目次に戻る

7.9　関数の極限（$x \to \pm\infty$）　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

下の極限を求めよ．ただし，x は実数，$[x]$ は x を超えない最大の整数である．

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-\left[\frac{x}{2}\right]}\right)$$

(防衛医科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 74 分)

目次に戻る

7.10　ネイピア数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 49 分)

目次に戻る

7.11　ネイピア数　(Standard)

極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ を求めよ.

(高知女子大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

7.12　ネイピア数　(Standard)

$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{1-\cos x}$ を求めよ.

(小樽商科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 31 分)

目次に戻る

7.13　ネイピア数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

1 より大きい自然数 n に対して，曲線 $y = x^n$ を C とする．x 軸上の正の部分に点 P をとり，P を通って x 軸に直交する直線が曲線 C と交わる点を Q, Q における C の接線が x 軸と交わる点を R, R を通って x 軸に直交する直線 が C と交わる点を S, S における C の接線が x 軸と交わる点を T とする．

(1)　P の座標を $(a, 0)$ とするとき，R の座標を a を用いて表せ．

(2)　$a_n = \dfrac{\triangle \mathrm{PQR} \text{ の面積}}{\triangle \mathrm{RST} \text{ の面積}}$ とおくとき，a_n の値を求めよ．

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ．

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 90 分)

目次に戻る

7.14　関数の連続・不連続　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 37 分)

目次に戻る

7.15　関数の連続性　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

$-1 < x$ において，関数 $f(x)$ は $f(x) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{x^n}{x^{n+2} + x^n + 1}$ で定義されている．$f(x)$ を求めると，ある値 α で $f(x)$ が連続にならないことがわかる．このとき $f(\alpha)$ と等しい値をとるもうひとつの x は $\boxed{}$ である．

(関西大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 80 分)

目次に戻る

7.16　中間値の定理　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 29 分)

目次に戻る

7.17　中間値の定理　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

p_1, p_2, p_3 を $p_1 < p_2 < p_3$ を満たす実数とし,

$$f(x) = (x - p_2)(x - p_3) + (x - p_3)(x - p_1) + (x - p_1)(x - p_2)$$

とするとき, 次の問に答えよ.

(1)　2 次方程式 $f(x) = 0$ は $p_1 < x < p_2$ と $p_2 < x < p_3$ の範囲にそれぞれ 1 つずつ解を持つことを示せ.

(2)　a_1, a_2, a_3 を $0 < a_1 < a_2 < a_3$ を満たす実数とし,

$$g(x) = a_1(x - p_2)(x - p_3) + a_2(x - p_3)(x - p_1) + a_3(x - p_1)(x - p_2)$$

とする. 方程式 $f(x) = 0$ の解を α, β $(\alpha < \beta)$ とおくとき, 2 次方程式 $g(x) = 0$ は $p_1 < x < \alpha$ と $p_2 < x < \beta$ の範囲にそれぞれ 1 つずつ解を持つことを示せ.

(北海道大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 136 分)

目次に戻る

第8章　微分法 (数学 III)

8.1　微分可能と連続性　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 87 分)

目次に戻る

8.2　微分可能　(Standard)

関数 $f(x) = x - \sqrt{x^2}$ は $x = 0$ で微分可能でないことを示せ.

(岩手大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

8.3　微分可能　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

　$f(x)$ と $g(x)$ は区間 $[-1, 1]$ で定義された関数で，つねに $|g(x)| \leqq f(x)$ であるとする．$f(x)$ が微分可能，かつ，$f(0) = 0$ のとき，

(1)　$f'(0) = 0$ であることを証明せよ．

(2)　$g'(0) = 0$ であることを証明せよ．

(学習院大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 137 分)

目次に戻る

8.4　導関数の公式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 159 分)

目次に戻る

8.5　積・合成関数の導関数　(Standard)

次の関数の導関数を求めよ.

$$x^3\sqrt{1+x^2}$$

(信州大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 58 分)

目次に戻る

8.6　商・合成関数の導関数　(Standard)

$\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ を微分せよ.

(津田塾大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 24 分)

目次に戻る

8.7　合成関数・逆関数の導関数　(Standard)

$y = f^{-1}(x)$ のとき，$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{f'(y)}$ は逆関数の微分法の公式であるが，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を $f'(y)$, $f''(y)$ を用いて表すと，合成関数の微分法により，$\dfrac{d^2y}{dx^2} = \boxed{}$

(小樽商科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 29 分)

目次に戻る

8.8　三角関数の導関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 52 分)

目次に戻る

8.9　指数関数の導関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 45 分)

目次に戻る

8.10　対数関数の導関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 32 分)

目次に戻る

8.11 x^r（r は実数）の導関数 (Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 23 分)

目次に戻る

8.12　対数微分法　(Standard)

$x > 0$ で定義された関数 $y = x^{\sqrt{x}}$ を微分せよ.

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 31 分)

目次に戻る

8.13　対数微分法　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

関数 $f(x) = (ax)^{-\frac{(bx)^{cx}}{3}}$ の $x = 1$ における微分係数は $a = 8$, $b = e^{-1}$, $c = -\log 2$ であるとき $f'(1) = \boxed{}$ である．ただし，対数は e を底とする自然対数とする．

(東京医科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 54 分)

目次に戻る

8.14　媒介変数表示と導関数　(Standard)

$x = \sin t$, $y = \sin t + 2\cos t + 3\tan t$ のとき, $\dfrac{dy}{dx}$ を x を用いて表すと $\boxed{}$ である. ただし $0 \leqq t < \dfrac{\pi}{2}$ とする.

(埼玉工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 44 分)

目次に戻る

8.15　曲線上の点における接線の方程式　(Standard)

曲線 $x = 3\cos t,\ y = 2\sin t\ (0 \leqq t < 2\pi)$ 上の点 $\left(\dfrac{3}{2}, \sqrt{3}\right)$ における接線の方程式を求めよ.

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 97 分)

目次に戻る

8.16　曲線上の点における接線の方程式　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

曲線 $C_k : y = e^{-kx}$ (k は自然数, x は正の実数) について考える. 曲線 C_k 上の点 $\mathrm{P}_k(t,\ e^{-kt})$ (t は正の実数) における曲線 C_k の接線を L_k とし, L_k と x 軸との交点 を A_k, L_k と y 軸との交点を B_k とする. (原点を O とする)

(1)　$k = 1$ のとき, $\triangle \mathrm{OA_1B_1}$ の面積は, $t = \boxed{}$ で最大値 $\boxed{}$ となる.

(2)　$\triangle \mathrm{OA}_k\mathrm{B}_k$ の面積は, $t = \boxed{}$ のとき, 最大値 $\boxed{}$ をとる.

(3)　$\triangle \mathrm{OA}_k\mathrm{B}_k$ の面積の最大値を S_k とする. 無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ は, $\boxed{}$ することになる.

(自治医科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 140 分)

目次に戻る

8.17　曲線外の点から引いた接線の方程式　(Standard)

関数 $y = (3x - x^3)e^x$ が表す曲線を C とする．曲線 C の接線で，原点を通るものをすべて求めよ．

(名古屋工業大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 41 分)

目次に戻る

8.18 曲線外の点から引いた接線の方程式 (High-level)

(制限時間 : 20 分)

a を実数とする．xy 平面上の曲線 $C : y = xe^{-x}$ について，次の問いに答えよ．

(1) C の接線で，点 $(4, 0)$ を通るものの方程式を求めよ．

(2) C の接線で，点 $(a, 0)$ を通るものが存在しないような a の値の範囲を求めよ．

(3) $a > 4$ である任意の a に対し，C の接線で，点 $(a, 0)$ を通り，接点の x 座標が 1 と 2 の間にあるものが存在することを示せ．

(山梨大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 104 分)

目次に戻る

8.19　共通接線　(Standard)

$y = \log x$ と $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ のグラフが共有点をもち，この点で共通の接線をもつのは，$a = \boxed{}$ のときであり，その共通の接線の方程式は $y = \boxed{}$ である．

(東海大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 59 分)

目次に戻る

8.20　平均値の定理　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 46 分)

目次に戻る

8.21　平均値の定理　(Standard)

e を自然対数の底とする．$e \leqq p < q$ のとき，不等式

$$\log(\log q) - \log(\log p) < \frac{q-p}{e}$$

が成り立つことを証明せよ．

(名古屋大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 95 分)

目次に戻る

8.22　平均値の定理　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

2 以上の自然数 n に対して，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = (x-1)(2x-1)\cdots(nx-1)$$

と定義する．$k = 1, 2, \cdots, n-1$ に対して，$f_n(x)$ が区間 $\dfrac{1}{k+1} < x < \dfrac{1}{k}$ でただ 1 つの極値をとることを証明せよ．

(九州大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 113 分)

目次に戻る

8.23　単調増加・単調減少　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 59 分)

目次に戻る

8.24　関数の増減　(Standard)

関数 $f(x) = \dfrac{\log x}{x-1}$ について次の問いに答えよ．ただし，$\log x$ は自然対数とする．

(1)　導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2)　$x > 1$ の範囲で $f(x)$ は減少することを証明せよ．

(長岡技術科学大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 45 分)

目次に戻る

8.25　極値をもつための条件　(Standard)

関数 $f(x)$, $g(x)$, および $h(x)$ を

$$f(x) = e^{-x}x^3,\ g(x) = e^x f'(x) \text{ および } h(x) = e^{-x}(x^3 + k)$$

と定める．ただし，$f'(x)$ は $f(x)$ の導関数であり，k は実数である．

(1)　関数 $g(x)$ の極値を求めよ．

(2)　関数 $h(x)$ が極小値をもつための k の条件を求めよ．

(北里大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 62 分)

目次に戻る

8.26　減衰曲線の極値　(High-level)

(制限時間 : **15** 分)

関数 $f(x) = e^{ax}\sin x$ は $x = \dfrac{\pi}{4}$ で極大値をとる.

(1)　定数 a の値を求めよ.

(2)　$x > 0$ における $f(x)$ のすべての極大値の和を求めよ.

(京都工芸繊維大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 117 分)

目次に戻る

8.27　曲線の凹凸　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 40 分)

目次に戻る

8.28　変曲点　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 15 分)

目次に戻る

8.29　グラフの概形　(Standard)

$f(x) = x^2 e^{-x}$ とおく.

(1)　関数 $f(x)$ の極値を求め，曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べよ.

(2)　$y = f(x)$ のグラフをかけ.

(東京海洋大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 71 分)

目次に戻る

8.30　漸近線　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 32 分)

目次に戻る

8.31　グラフの概形　(Standard)

関数 $f(x) = \dfrac{4x^2+3}{2x-1}$ について，次の問いに答えよ.

(1)　$f(x)$ の極値をすべて求めよ.

(2)　曲線 $y = f(x)$ の漸近線の方程式をすべて求めよ.

(3)　曲線 $y = f(x)$ の概形をかけ.

(東京電機大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 113 分)

目次に戻る

8.32　グラフの概形と数列の極限　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

k を 2 以上の整数とする．また

$$f(x) = \frac{1}{k}\left((k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}}\right)$$

とおく．以下の問に答えよ．

(1)　$x > 0$ において，関数 $y = f(x)$ の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ．

(2)　数列 $\{x_n\}$ が $x_1 > 1$，$x_{n+1} = f(x_n)$　$(n = 1, 2, \cdots)$ を満たすとき，$x_n > 1$ を示せ．

(3)　(2) の数列 $\{x_n\}$ に対し，

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ．また $\lim_{n\to\infty} x_n$ を求めよ．

(神戸大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 127 分)

目次に戻る

8.33　陰関数表示のグラフの概形　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

方程式 $x^2+2xy+4y^2+2x+4y-4=0$ を考える．

(1)　上の方程式を y について解け．また，上の方程式を満たす x, y がどちらも実数であるような x の範囲を求めよ．

(2)　(1) で得られた 2 つの関数のグラフを極大値, 極小値を明記し，上に凸か下に凸かも考慮して描け．ただし，x の範囲は (1) で得られたものとする．

(愛知教育大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 126 分)

目次に戻る

8.34　サイクロイドの法線　(Standard)

a は正の定数とする．曲線 $x = a(\theta - \sin\theta)$，$y = a(1 - \cos\theta)$ $(0 < \theta < 2\pi)$ 上の θ $(\neq \pi)$ に対応する点 P における法線が直線 $x = \pi a$ と交わる点を Q とする．

(1)　Q の y 座標を θ で表せ.

(2)　θ を π に近づけるとき Q はどのような点に近づくか.

(中央大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 91 分)

目次に戻る

8.35　アステロイド　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

$0 < r < 1$ を満たす実数 r に対して，第 1 象限内の曲線 $C : x^r + y^r = 1$ を考える．曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(p, q)$ をとり，ℓ を点 P における C の接線とし，ℓ が x 軸および y 軸と交わる点をそれぞれ A, B とする．次の問いに答えよ．

(1)　点 A と点 B の座標を p, q, r を用いて表せ．

(2)　点 P を曲線 C 上のどこにとっても線分 AB の長さが同じになるような r の値を求めよ．

(大阪市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 120 分)

目次に戻る

8.36 最大・最小 (Standard)

関数 $f(x) = \dfrac{a\sin x}{\cos x + 2}$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ の最大値が $\sqrt{3}$ となるように a の値を定めよ.

(信州大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 63 分)

目次に戻る

8.37　多変数関数の最小値　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

a, b を正の実数とする．x が $0 < x < 1$ の範囲を動くとき，関数

$$f(x) = \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x}$$

の最小値を求めよ．

(学習院大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 65 分)

目次に戻る

8.38　方程式が実数解をもたない条件　(Standard)

(1)　曲線 $y = e^x$ 上の点 $(t,\ e^t)$ における接線の方程式を求めよ.

(2)　方程式 $e^x = ax$ が実数解をもたない a の値の範囲を求めよ.

(西日本工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 66 分)

目次に戻る

8.39　方程式への応用　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

次の問いに答えよ.

(1)　関数 $y = x + \dfrac{7}{x} - \dfrac{3}{x^2}$ の増減と極値を調べ，グラフの概形をかけ.

(2)　3 次方程式 $x^3 - ax^2 + 7x - 3 = 0$ が相異なる 3 つの実数解をもつような実数 a の値の範囲を求めよ. また，この方程式が重解をもつときの実数 a の値とそのときの解を求めよ.

(兵庫県立大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 98 分)

目次に戻る

8.40　不等式への応用　(Standard)

$x>0$ のとき，$x>\sin x>x-\dfrac{1}{6}x^3$ であることを示せ.

(茨城大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 64 分)

目次に戻る

8.41　マクローリン展開と不等式　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

自然数 n に対して，関数 $g_n(x)$ を

$$g_n(x) = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k!}$$

と定める．e を自然対数の底とする．

(1)　$x > 0$ のとき，$e^x > 1 + x$ となることを示せ．

(2)　$x > 0$ のとき，$e^x > 1 + x + \dfrac{x^2}{2}$ となることを示せ．

(3)　$x > 0$ のとき，すべての自然数 n に対して，

$$e^x > g_n(x)$$

となることを，数学的帰納法によって示せ．

(室蘭工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 73 分)

目次に戻る

8.42　2 変数の不等式の証明　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

a, b は $b \geqq a > 0$ を満足する実数とするとき，次の不等式が成り立つことを証明せよ．

$$\log b - \log a \geqq \frac{2(b-a)}{b+a}$$

(お茶の水女子大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 60 分)

目次に戻る

第9章　積分法 (数学 III)

9.1　置換積分法と部分積分法（不定積分）　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 27 分)

目次に戻る

9.2　置換積分法（不定積分）　(Standard)

不定積分 $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx$ を求めよ.

(愛媛大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 44 分)

目次に戻る

9.3　置換積分法（不定積分）　(Standard)

不定積分 $\displaystyle\int x\cos(x^2)dx$ を求めよ.

(愛媛大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 38 分)

目次に戻る

9.4　部分積分法（不定積分）　(Standard)

部分積分の公式は $\displaystyle\int f(x)g'(x)dx = \boxed{}$ である．この公式を用いて不定積分 $\displaystyle\int \log x dx = \boxed{}$ となる．

(静岡理工科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 27 分)

目次に戻る

9.5　部分積分法（不定積分）　(Standard)

次の不定積分を求めよ.

$$\int (x+1)e^{-3x}\,dx$$

(広島市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 40 分)

目次に戻る

9.6　置換・部分積分法（不定積分）　(High-level)

(制限時間 : 10 分)

次の積分を計算しなさい.

(1) $\displaystyle\int 2x\log|x+1|dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{x}{2\sqrt{x+1}}dx$

(福島大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 56 分)

目次に戻る

9.7　有理・無理関数の積分（不定積分）　(Standard)

$$\int \frac{dx}{x(\sqrt{x}+1)}$$

(広島市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 47 分)

目次に戻る

9.8　三角関数の積分（不定積分）　**(Standard)**

次の不定積分を求めよ.

(1)　$I = \displaystyle\int \tan x dx$

(2)　$J = \displaystyle\int \tan^2 x dx$

(宮城教育大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 27 分)

目次に戻る

9.9　三角関数の積分（不定積分）　**(High-level)**

(制限時間 : 5 分)

不定積分 $\displaystyle\int e^{-x}\cos x dx$ を求めよ.

(山形大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 20 分)

目次に戻る

9.10　指数関数の積分（不定積分）　**(Standard)**

不定積分 $3\int (x^2+2x)e^x\,dx$ を求めよ.

(日本工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 15 分)

目次に戻る

9.11　対数関数の積分（不定積分）　(Standard)

次の不定積分を求めよ.

$$\int x(\log x)^2 dx$$

(小樽商科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 19 分)

目次に戻る

9.12　特殊な置換積分（不定積分）　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

$\tan\dfrac{x}{2} = t$ とおき，次の問いに答えよ．

(1)　$\sin x$ および $\cos x$ を t で表わせ．

(2)　$\dfrac{dx}{dt}$ を t で表わせ．

(3)　不定積分 $\displaystyle\int \frac{5}{3\sin x + 4\cos x}dx$ を求めよ．

(埼玉大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 53 分)

目次に戻る

9.13　置換積分法と部分積分法（定積分）　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 31 分)

目次に戻る

9.14　置換積分法（定積分）　(Standard)

定積分 $\displaystyle\int_0^3 2x\sqrt{4-x}\,dx$ を計算しなさい.

(福島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

9.15　置換積分法（定積分）　(Standard)

定積分 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\log(\sin x)}{\tan x}dx$ を求めよ.

(横浜国立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 25 分)

目次に戻る

9.16　部分積分法（定積分）　(Standard)

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$ を求めよ.

(広島市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 22 分)

目次に戻る

9.17　部分積分法（定積分）　(Standard)

定積分 $\displaystyle\int_0^1 x^2 e^{-2x}\,dx$ を求めよ.

(日本女子大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 21 分)

目次に戻る

9.18　絶対値を含む関数と積分区間　(High-level)

(制限時間 : **15** 分)

関数 $f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & (|x| \leqq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$ に対して，定積分 $\displaystyle\int_0^2 f(2t^2 - 1)dt$ の値を求めよ．

(電気通信大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 37 分)

目次に戻る

9.19　逆三角関数の導関数　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 51 分)

目次に戻る

9.20　有理関数の積分（定積分）　(Standard)

次の定積分を求めよ.

$$\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{9x^2+1}$$

(広島市立大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 44 分)

目次に戻る

9.21　無理関数の積分（定積分）　(Standard)

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$ を求めよ.

(広島市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 47 分)

目次に戻る

9.22　三角関数の積分（定積分）　(Standard)

定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin^4 x + \cos^4 x)dx$ の値を求めよ.

(日本女子大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 40 分)

目次に戻る

9.23　ウォリス積分　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

n を 0 または正の整数とし，$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ とおくとき,

(1)　等式 $a_n = \frac{n-1}{n} a_{n-2}$ $(n \geqq 2)$ が成り立つことを示せ.

(2)　a_n を n の式で表せ.

(関西医科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 66 分)

目次に戻る

9.24　定積分を含む関数　(Standard)

関数 $f(x)$ が式 $f(x) = e^x - \int_0^1 tf(t)x\,dt$ をみたすとき $f(x) = e^x - \boxed{}\,x$ である.

(東京医科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

9.25　定積分を含む関数　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

次の等式 $f(x) = (2x - k)e^{x} + e^{-x}\displaystyle\int_0^x f(t)e^{t}\,dt$ が成り立つような連続関数 $f(x)$ がある．ただし，k は定数である．このとき，$f(x)$ を求めよ．

(島根医科大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 53 分)

目次に戻る

9.26　定積分で表された関数の最大値　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

$f(x) = e^{x-2|x|}$, $g(x) = \displaystyle\int_{x-1}^{x} f(t)dt$ とする．このとき次の問いに答えよ．

(1)　$g(x)$ を求めよ．

(2)　$g(x)$ の最大値と，その最大値を与える x の値を求めよ．

(兵庫県立大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 91 分)

目次に戻る

9.27　区分求積法　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 54 分)

目次に戻る

9.28　区分求積法　(Standard)

次の値を求めよ.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{4n^2-k^2}=\boxed{}$$

(小樽商科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 58 分)

目次に戻る

9.29　区分求積法　(High-level)

(制限時間 : 10 分)

極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{n}{k^2+3kn+2n^2}$ を求めよ.

(電気通信大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 55 分)

目次に戻る

9.30　定積分と不等式の証明　(Standard)

n を 2 以上の自然数とするとき，不等式

$$n\log n - n + 1 < \sum_{k=1}^{n} \log k < (n+1)\log n - n + 1$$

が成り立つことを示せ.

(大阪大　改)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 41 分)

目次に戻る

9.31　定積分と不等式の証明　(Standard)

(1)　次の定積分の値を求めよ.

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

(2)　n を 2 以上の自然数とするとき，次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leqq \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{1-x^n}}\,dx \leqq \frac{\pi}{4}$$

(大阪市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 52 分)

目次に戻る

9.32　定積分と不等式の証明　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

自然対数 $\log x$ $(x > 0)$ について，以下の問いに答えよ．

(1)　実数 k, α, β が $k > 1$，$k \log k > \alpha > 0$，$\beta > 0$ を満たすものとする．このとき，曲線 $y = \log x$ の点 $(k, \log k)$ における接線，2 直線 $x = k - \alpha$，$x = k + \beta$，および x 軸に囲まれた図形の面積を求めよ．

(2)　$k \geqq 2$ のとき，次の不等式を証明せよ．

$$\int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \log x dx < \log k$$

(3)　n を 3 以上の整数とするとき，次の不等式を証明せよ．必要ならば，(2) の不等式が成り立つことを用いてもよい．

$$\left(n + \frac{1}{2}\right) \log \left(n + \frac{1}{2}\right) - n - \frac{3}{2} \log \frac{3}{2} + 1 < \log n!$$

(愛知県立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 141 分)

目次に戻る

9.33　定積分と極限　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

a を正の実数とし，n を正の整数とする．

(1) $\dfrac{na}{\pi}$ をこえない最大の整数を m とするとき，次の不等式を証明せよ．

$$2m \leqq \int_0^{na} |\sin x| dx < 2(m+1)$$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^a |\sin nx| dx$ を求めよ．

(東北大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 82 分)

目次に戻る

9.34　曲線と x 軸の間の面積　(Standard)

関数 $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$ について，曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ.

(広島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 51 分)

目次に戻る

9.35　2 つの曲線の間の面積　(Standard)

$0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，2 曲線 $y = \sin x$，$y = \sin 3x$ によって囲まれる図形の面積を求めなさい．

(城西大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 47 分)

目次に戻る

9.36　接線と曲線で囲まれた面積　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

　正の実数 x に対し，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{\log x}{x}$$

と定める．また，曲線 $y = f(x)$ の変曲点 P における接線を l とする．

(1)　点 P の座標を求めよ．

(2)　l の方程式を求めよ．

(3)　不定積分 $\int f(x)dx$ を求めよ．また，曲線 $y = f(x)$ と x 軸および l で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(室蘭工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 78 分)

目次に戻る

9.37　曲線 $x = f(y)$ と面積　(Standard)

曲線 $x = y^2 - 1$ と直線 $x - y - 1 = 0$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ.

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 56 分)

目次に戻る

9.38　媒介変数表示の曲線と面積　(Standard)

曲線 $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ $(0 \leqq t \leqq \pi)$ と x 軸および直線 $x = \pi$ とで囲まれる部分の面積 S を求めよ.

(筑波大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 76 分)

目次に戻る

9.39　カージオイドで囲まれた面積　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

O - xy 平面上の点 A$(-1, 0)$ を中心とする半径 1 の円 C 上の点 P における接線へ，原点 O から下ろした垂線の足を Q とする．点 P が，O を出発点とし，C 上を角速度 1 ラジアン / 秒で反時計回りに回転するとき，

(1) t 秒後の Q の位置 $(x(t), y(t))$ を求めよ．

(2) P が C 上を 1 周するとき，Q の描く曲線の概形をかき，この曲線が囲む図形の面積を求めよ．

(大阪工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 180 分)

目次に戻る

9.40　非回転体の体積　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 45 分)

目次に戻る

9.41　非回転体の体積　(Standard)

底面の半径が a，高さも a である直円柱がある．底面の 1 つの直径を含み，底面と 45° の傾きをなす平面で，直円柱を 2 つの部分に分けるとき，各部分の体積を求めよ．

(学習院大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 71 分)

目次に戻る

9.42　非回転体の体積　(High-level)

(制限時間 : **25** 分)

座標空間において，2 点 $\mathrm{P}(2,0,0)$, $\mathrm{Q}(2,0,9)$ を結ぶ線分 PQ を z 軸のまわりに回転して得られる曲面を S とする．

(1)　曲面 S と平面 $z=0$ および，平面 $z=3-3x$ で囲まれる立体の体積を求めよ．

(2)　曲面 S のうち，平面 $z=3-3x$ の下側にある部分の面積を求めよ．

(大阪市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 160 分)

目次に戻る

9.43　回転体の体積　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 35 分)

目次に戻る

9.44 回転体の体積 (Standard)

xy 平面上において曲線 $y = e^x$ および 3 つの直線 $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ により囲まれる図形を K とする．図形 K を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積は $\boxed{}$ であり，図形 K を y 軸のまわりに回転してできる立体の体積は $\boxed{}$ である．

(慶應義塾大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 81 分)

目次に戻る

9.45　回転体の体積（媒介変数表示）　(High-level)

(制限時間 : **20** 分)

θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ をみたす実数とし，原点 O, A$(1, 0)$, B$(\cos 2\theta, \sin 2\theta)$ を頂点とする △OAB の内接円の中心を P とする．また，θ がこの範囲を動くときに点 P が描く曲線と線分 OA によって囲まれた部分を D とする．以下の問に答えよ．

(1)　点 P の座標は $\left(1 - \sin\theta, \dfrac{\sin\theta\cos\theta}{1 + \sin\theta}\right)$ で表されることを示せ.

(2)　D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.

(神戸大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 118 分)

目次に戻る

9.46　斜回転体の体積　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

曲線 $y = -\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}x + 1\ (0 \leqq x \leqq 1)$ を C とし，直線 $y = 1 - x$ を ℓ とする.

(1)　C 上の点 (x, y) と ℓ の距離を $f(x)$ とするとき，$f(x)$ の最大値を求めよ.

(2)　C と ℓ で囲まれた部分を ℓ の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

(群馬大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 130 分)

目次に戻る

9.47 曲線の長さ (Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 65 分)

目次に戻る

9.48　曲線の長さ（媒介変数表示）　(Standard)

初めは原点にある動点 P の t 秒後の座標 $(x(t),\ y(t))$ が

$$x(t) = e^t \cos t - 1, \quad y(t) = e^t \sin t$$

で与えられるとする．P が 2 度目に x 軸の正の部分に達するまでに P が動く道のりは $\boxed{}$ である．

(早稲田大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 65 分)

目次に戻る

9.49　曲線の長さ（$y = f(x)$）　(Standard)

座標平面上の曲線 $9y^2 = (x+3)^3$ と y 軸とで囲まれた図形の周の長さを求めよ.

(昭和大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 54 分)

目次に戻る

9.50　カテナリー曲線と伸開線の長さ　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

$f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ とする．曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$ $(t \geqq 0)$ における接線に点 $\mathrm{H}(t, 0)$ から下ろした垂線の足を Q とする．

(1)　曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}(0,\ f(0))$ から P までの弧の長さ $\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ は $f'(t)$ に等しいことを示せ．

(2)　P と Q の距離 $\overline{\mathrm{PQ}}$ は $\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ に等しいことを示せ．

(3)　t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を変化するとき，Q の描く曲線の長さを求めよ．

(室蘭工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 159 分)

目次に戻る

第10章　ベクトル (数学 C)

10.1　有向線分とベクトル　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 41 分)

目次に戻る

10.2　ベクトルの相等　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 26 分)

目次に戻る

10.3　ベクトルの演算　(Basic)

講義を視聴 (無料)

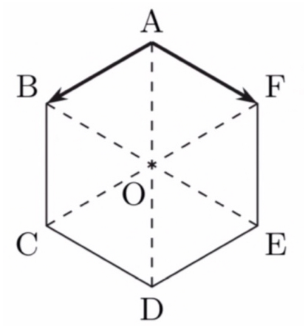
(講義時間 : 112 分)

目次に戻る

10.4　有向線分とベクトル　(Standard)

正六角形 ABCDEF において，その中心を O とする．$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \vec{b}$ とおいて，次のものを $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表しなさい．

$$\overrightarrow{\mathrm{AO}} = \boxed{},\ \overrightarrow{\mathrm{BF}} = \boxed{},\ \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boxed{}$$



(北海道工業大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 66 分)

目次に戻る

10.5　位置ベクトル　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 29 分)

目次に戻る

10.6　ベクトルの成分　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 121 分)

目次に戻る

10.7　ベクトルの成分による演算　(Standard)

$\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ とする.

$$\begin{cases} \vec{x} + 2\vec{y} = \vec{a} \\ \vec{x} - 3\vec{y} = \vec{b} \end{cases}$$

をみたす $\vec{x}$, $\vec{y}$ を求めよ.

(小樽商科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 24 分)

目次に戻る

10.8　平行四辺形の頂点の座標　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

　xy 平面上の 3 点 $(1, 2)$，$(2, 4)$，$(3, 1)$ にあと 1 点 A を加えることにより，それらが平行四辺形の 4 つの頂点になるとする．このとき，A の座標をすべて求めよ．

(関西大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 85 分)

目次に戻る

10.9　ベクトルの平行条件　(Standard)

$\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{b} = (1, -4)$, $\vec{c} = (-1, 2)$ とする．$\vec{a} + t\vec{b}$ が $\vec{c}$ と平行であるとき，実数 t の値は $\boxed{}$ である．

(工学院大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 31 分)

目次に戻る

10.10　共線条件　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす実数とし，平面上の点 P と点 Q を

$$\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}\{1-\cos\theta-\sqrt{3}(\tan\theta-\sin\theta)\},\ \frac{1}{2}\{\sqrt{3}(1-\cos\theta)+\tan\theta-\sin\theta\}\right)$$
$$\mathrm{Q}\left(\frac{1}{2}\{1+\cos\theta-\sqrt{3}(\tan\theta+\sin\theta)\},\ \frac{1}{2}\{\sqrt{3}(1+\cos\theta)+\tan\theta+\sin\theta\}\right)$$

で定める．M を線分 PQ の中点とし，O を原点 $(0, 0)$ とする．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を求めよ．

(2)　3 点 O, P, Q は同一直線上にあることを示せ．

(3)　$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}| = |\overrightarrow{\mathrm{PM}}|$ となるような θ の値を求めよ．

(北海道大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 122 分)

目次に戻る

10.11　分点の位置ベクトル　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

10.12　分点公式　(Standard)

台形 ABCD において 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ をみたしているとする．このとき 2 つの線分 AC と BD の交点を E とするとベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

と表せる． また点 E を通り辺 AD に平行な直線と線分 AB, CD との交点をそれぞれ F, G とするとベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{AG}} = \boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

と表せる．

(摂南大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 51 分)

目次に戻る

10.13　三角形の面積比　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

三角形 ABC の 3 辺 AB, BC, CA 上にそれぞれ点 P, 点 Q, 点 R がある.

$$2\overrightarrow{\mathrm{PA}} + \overrightarrow{\mathrm{PB}} + \overrightarrow{\mathrm{PC}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{QA}} + \overrightarrow{\mathrm{QB}} + \overrightarrow{\mathrm{QC}} = \overrightarrow{\mathrm{CA}}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{RA}} + \overrightarrow{\mathrm{RB}} + 2\overrightarrow{\mathrm{RC}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

が成り立つとき, 次の問いに答えよ.

(1) AP : PB を求めよ.

(2) BQ : QC を求めよ.

(3) 三角形 ABC の面積と三角形 PQR の面積をそれぞれ S_1, S_2 とするとき, $S_1 : S_2$ を求めよ.

(北海学園大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 54 分)

目次に戻る

10.14　交点の位置ベクトル　(Standard)

△OAB において，辺 OA を 2 : 3 に内分する点を L，辺 OB を 4 : 3 に 内分する点を M とし，線分 AM と線分 BL の交点を P，線分 OP の延長が辺 AB と交わる点を N とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ として，以下の (1) ~ (3) に答えよ.

(1)　実数 s を $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = s\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ を満たすものとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ および s を用いて表せ.

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ.

(3)　線分 AN と線分 BN の長さの比を求めよ.

(立教大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 94 分)

目次に戻る

10.15　1次独立　(Standard)

同一直線上にない3点$\mathrm{O}, \mathrm{A}, \mathrm{B}$がある．このとき，$a\overrightarrow{\mathrm{OA}} + b\overrightarrow{\mathrm{OB}} = c\overrightarrow{\mathrm{OA}} + d\overrightarrow{\mathrm{OB}}$が成立するのは「$a = c$ かつ $b = d$」に限ることを背理法を用いて証明せよ．

(鳥取大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 22 分)

目次に戻る

10.16　交点の位置ベクトル　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

平面上の互いに異なる 3 つの点 O, A, B は同一直線上にないとする．点 C は $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を満たすとする．また，線分 BC を $1:2$ に内分する点を P とし，線分 AC を $2:3$ に内分する点を Q とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とする．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = k\vec{a} + l\vec{b}$ を満たす実数 k, l を求めよ．

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = r\vec{a} + s\vec{b}$ を満たす実数 r, s を求めよ．

(3)　線分 AP と線分 BQ の交点を R とする．$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = x\vec{a} + y\vec{b}$ を満たす実数 x, y を求めよ．

(室蘭工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 57 分)

目次に戻る

10.17　直線のベクトル方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 39 分)

目次に戻る

10.18　直線のベクトル方程式　(Standard)

xy 平面上で点 $(1, -1)$ を通り，方向ベクトルが $(4, -3)$ である直線と原点との距離は $\boxed{}$ である．

(東邦大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 41 分)

目次に戻る

10.19　終点の存在範囲　(Standard)

$\triangle$ABC の面積を S とする．m, n が $0 \leqq m \leqq 3,\ 0 \leqq n \leqq 2$ をみたしながら変わるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = m\overrightarrow{\mathrm{AB}} + n\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で定まる点 P がえがく図形の面積を S を用いて表せ．

(大阪工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 70 分)

目次に戻る

10.20　終点の存在範囲　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

実数 s, t は $s \geqq 0$, $t \geqq 0$, $2s+t \leqq 1$ をみたすとき，2 つのベクトル $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, 1)$ および座標平面上の原点 O に対し，位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\vec{a} + t\vec{b}$ で定まる点 P が存在する範囲の面積は $\boxed{}$ である．

(日本獣医畜産大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 108 分)

目次に戻る

10.21　内積　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 68 分)

目次に戻る

10.22　内積の計算　(Standard)

$|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 2$ とする．このとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値は $\boxed{}$ である．$|\vec{a} + x\vec{b}|$ を最小にする実数 x の値は $\boxed{}$ であり，その最小値は $\boxed{}$ である．

(明治学院大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 39 分)

目次に戻る

10.23　内積の計算　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

平面上の 4 点 $\mathrm{O}, \mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ が $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = |\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 1$, $|\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = 5$, $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 3$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 4$ を満たすとき，次の問に答えよ．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値をすべて求めよ．

(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ の値をすべて求めよ．

(東京海洋大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 55 分)

目次に戻る

10.24　ベクトルのなす角　(Standard)

$|\vec{a}| = 1,\ |\vec{b}| = 2,\ |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$ のとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角は $\boxed{}$ である．

(八戸工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 20 分)

目次に戻る

10.25　三角形の面積比　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

平面上のベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}, \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ が $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 3$, $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 7$, $|\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = 4$ および $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \dfrac{4}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を満たす．AB を 1 : 2 に内分する点を P とする．以下の各問いに答えよ.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表せ.

(3) $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ を求めよ.

(4) 点 Q は $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \dfrac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \dfrac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を満たす．$\triangle$OQC の面積 S_1，$\triangle$OBC の面積 S_2 の関係を $S_1 = kS_2$ と表すとき，k の値を求めよ.

(昭和大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 87 分)

目次に戻る

10.26　内積と平行条件・垂直条件　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 28 分)

目次に戻る

10.27　ベクトルの垂直条件　(Standard)

2 つのベクトル $\vec{a}=(2,3)$, $\vec{b}=(1,2)$ が与えられたとき, $\vec{a}+x\vec{b}$ と $\vec{a}-x\vec{b}$ が直交するように実数 x の値を定めると $\boxed{}$ である.

(東北学院大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 21 分)

目次に戻る

10.28　ベクトルの垂直条件　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

三角形 OAB において，$\mathrm{OA}=9$，$\mathrm{OB}=7$，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=57$ である．$\mathrm{AB}=\boxed{}$ であり，頂点 O から直線 AB に下ろした垂線を OP とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

である．$\angle\mathrm{AOB}$ の二等分線と辺 AB の交点を Q とすると，$\mathrm{AQ}=\boxed{}$ であり，$\mathrm{PQ}=\boxed{}$ である．

(千葉工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 74 分)

目次に戻る

10.29　三角形の面積　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 51 分)

目次に戻る

10.30　三角形の面積　(Standard)

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (1, -2)$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = (2, 2)$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = (0, 3)$ のとき，$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積は $\boxed{}$ である．

(日本工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 23 分)

目次に戻る

10.31　三角形の面積　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

$\triangle$OAB が $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 1$, $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = 2$ および $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 2$ を満たすとする．t を $\dfrac{1}{2} < t < 1$ を満たす実数とし，辺 AB を $1 - t : t$ に内分する点を C，辺 AB を $t : 1 - t$ に内分する点を D とする．

(1)　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求めよ．

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OD}} = \dfrac{7}{6}$ とする．このとき，t の値を求めよ．

(3)　(2) の条件のもとで，$\triangle$OCD の面積 S を求めよ．

(室蘭工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 69 分)

目次に戻る

10.32　直線のベクトル方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 28 分)

目次に戻る

10.33　円のベクトル方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 32 分)

目次に戻る

10.34　ベクトル方程式　(Standard)

平面上において同一直線上にない異なる3点 A, B, C があるとき，次の各問いに対して，それぞれの式をみたす点 P の集合を求めよ.

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}\leqq\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}$

(鳥取大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 67 分)

目次に戻る

10.35　単位ベクトル　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 13 分)

目次に戻る

10.36 円のベクトル方程式 (High-level)

(制限時間 : 15 分)

座標平面上に原点 O, 点 $\mathrm{A}(5,2)$, 点 $\mathrm{B}(11,10)$ がある. 条件 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = 0$ を満たす点 $\mathrm{P}(x, y)$ の軌跡を求めよ. さらに, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ の最大値と最小値, およびそのときの P の座標をそれぞれ求めよ.

(長崎大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 71 分)

目次に戻る

10.37　正射影ベクトル　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 33 分)

目次に戻る

10.38　正射影ベクトル　(Standard)

$\triangle$ABC において，$\mathrm{CA}=\sqrt{5}$，$\mathrm{CB}=2\sqrt{3}$ であり，また，$\overrightarrow{\mathrm{CA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ の 内積 $\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}=4$ である．A より CB に下ろした垂線の交点を H とする．

(1)　$\triangle$ABC の面積は $\boxed{}$

(2)　$\mathrm{CH}:\mathrm{HB}=1:\boxed{}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=\dfrac{1}{3}(a\overrightarrow{\mathrm{CA}}+b\overrightarrow{\mathrm{CB}})$ と表すとき，$a=\boxed{}$

(千葉工業大　改)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 28 分)

目次に戻る

10.39　正射影ベクトル　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

三角形 OAB において，辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D，直線 OA に関して点 D と対称な点を E，点 B から直線 OA に下ろした垂線と直線 OA との交点を F とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とし，$|\vec{a}| = 4$，$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ を満たすとする．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ.

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ.

(3)　$9|\overrightarrow{\mathrm{OE}}| = 20|\overrightarrow{\mathrm{OF}}|$ となるとき，$|\vec{b}|$ の値を求めよ.

(北海道大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 57 分)

目次に戻る

10.40　座標空間　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 24 分)

目次に戻る

10.41　直線　(Standard)

xyz 空間において，点 $(2,6,7)$ を通り，ベクトル $\vec{u}=(1,-2,-1)$ に平行な直線と xy 平面との交点の座標は $\left(\boxed{}, \boxed{}, 0\right)$ である．

(千葉工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 36 分)

目次に戻る

10.42　2 定点と直線上の動点との距離の和　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

空間内の 4 点 $\mathrm{O}(0,0,0)$, $\mathrm{A}(1,2,3)$, $\mathrm{B}(1,1,-1)$, $\mathrm{C}(7,3,5)$ がある．直線 OA 上の動点 P に対して，線分 BP, CP の長さの平方の和 $\mathrm{BP}^2+\mathrm{CP}^2$ の最小値と，線分の長さの和 $\mathrm{BP}+\mathrm{CP}$ の最小値を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ (t は実数) とするとき，$\mathrm{BP}^2+\mathrm{CP}^2$ を t の式で表せ．

(2) $\mathrm{BP}^2+\mathrm{CP}^2$ の最小値と，そのときの P の座標を求めよ．

(3) 2 点 B, C から直線 OA に垂線を下ろし，交点をそれぞれ H, K とするとき，H, K の座標を求めよ．また，2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{HB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{KC}}$ のなす角を θ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ．

(4) $\mathrm{BP}+\mathrm{CP}$ の値が最小となるのは，P が線分 HK をどのような比に分けるときかを説明せよ．また，そのときの P の座標，および $\mathrm{BP}+\mathrm{CP}$ の値を求めよ．

(長崎大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 154 分)

目次に戻る

10.43　平面　(Standard)

4 点 $\mathrm{A}(1,2,3)$, $\mathrm{B}\left(1, \boxed{}, 10\right)$, $\mathrm{C}(-3,2,4)$, $\mathrm{D}(2,4,1)$ は同一平面上にある.

(東海大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

10.44　平面に関する対称点　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

座標空間に 4 点 $\mathrm{A}(1,1,2)$, $\mathrm{B}(2,0,1)$, $\mathrm{C}(1,1,0)$, $\mathrm{D}(3,4,6)$ がある．3 点 A, B, C の定める平面に関して点 D と対称な点を E とする．点 E の座標を求めなさい．

(信州大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 69 分)

目次に戻る

10.45　球面　(Standard)

2 点 A, B を直径の両端とする球のベクトル方程式は球上の任意の点を S とするとき

$$\left|\vec{s}-\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}\right|=\frac{|\vec{a}-\vec{b}|}{2}$$

と表されることを示しなさい．ただし，$\vec{s}=\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ とする．

(帯広畜産大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 33 分)

目次に戻る

10.46　球面の切り口が平面と接する条件　(High-level)

(制限時間 : **20** 分)

空間内に 3 点 $\mathrm{A}(a, 0, 0)$, $\mathrm{B}(0, 2a, 0)$, $\mathrm{C}(0, 0, 2a)$ をとる．ただし，$a > 0$ とする．

(1)　$2\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = \overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ をみたす点 P 全体は，球面であることを示し，その中心の座標と半径をそれぞれ a を用いて表せ.

(2)　(1) の球面を y 軸に垂直な平面で切った切り口が，xy 平面とただ 1 点で交わる円となるとき，この円の中心の座標と半径をそれぞれ a を用いて表せ.

(札幌医科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 154 分)

目次に戻る

10.47　正四面体　(Standard)

1 辺の長さが r の正四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおき，三角形 ABC の重心を G とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OG}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を示せ.

(3) 線分 OG を $3:1$ に内分する点を H とするとき，$\mathrm{OH}=\mathrm{HA}$ を示し，この値を求めよ.

(新潟大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 60 分)

目次に戻る

10.48　正四面体　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

(1)　座標空間内の点 $\mathrm{A}(0, 1, 0)$，$\mathrm{B}(0, -1, 0)$ に対して，ABCD が正四面体となるような xy 平面の $x > 0$ の部分にある点 C と空間内の $z > 0$ の部分にある点 D の座標をそれぞれ求めよ．

(2)　$\triangle$ABC の重心を E とする．線分 DE を $3 : 1$ に内分する点 G の座標を求めよ．

(3)　$\angle \mathrm{AGD} = \alpha$ とするとき，$\cos\alpha$ の値を求めよ．

(4)　$\triangle$AGD の面積を求めよ．

(愛知教育大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 91 分)

目次に戻る

第11章　二次曲線 (数学 C)

11.1　円錐曲線　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 55 分)

目次に戻る

11.2　楕円　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 255 分)

目次に戻る

11.3　グラフの平行移動（陰関数表示）　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 40 分)

目次に戻る

11.4　楕円の方程式　(Standard)

座標平面上に，原点 O を中心とする半径 $2a$ の円 C と，定点 $\mathrm{F}(-2b, 0)$ $(0 < b < a)$ をとる．C 上の点を Q とし，線分 FQ の垂直二等分線と線分 OQ との交点を P とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1)　線分の長さの和 $\mathrm{FP} + \mathrm{PO}$ は，点 Q の位置には無関係に一定であることを示せ．

(2)　点 Q が C 上を動くとき，点 P の軌跡の方程式を求めよ．

(愛知教育大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 79 分)

目次に戻る

11.5　楕円と軌跡　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

k を実数とし，楕円 $E : \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ と直線 $l : x - y = k$ を考える．次の問いに答えよ．

(1)　直線 l が楕円 E に接するための k の条件を求めよ．

(2)　直線 l と楕円 E が異なる 2 個の共有点を持つとき，k のとり得る値の範囲を求めよ．

(3)　k が (2) で求めた範囲を動くとき，直線 l と楕円 E の 2 個の共有点の中点 P の軌跡を求めよ．

(広島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 92 分)

目次に戻る

11.6　楕円の接線の方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 40 分)

目次に戻る

11.7　楕円の法線の方程式　(Standard)

座標平面において，楕円 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 上の点 $\mathrm{P}(a,b)$ における法線の方程式は

$$bx-\boxed{}\,ay=\boxed{}\,ab$$

である．

(東京医科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 84 分)

目次に戻る

11.8　直線の方程式と法線ベクトル　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 34 分)

目次に戻る

11.9　楕円の法線と角の二等分線　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

$a > b > 0$ として，座標平面上の楕円 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ を C とおく． C 上の点 $\mathrm{P}(p_1, p_2)$ $(p_2 \neq 0)$ における C の接線を l，法線を n とする．

(1)　接線 l および法線 n の方程式を求めよ．

(2)　2 点 $\mathrm{A}(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$，$\mathrm{B}(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ に対して，法線 n は $\angle\mathrm{APB}$ の二等分線であることを示せ．

(お茶の水女子大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 123 分)

目次に戻る

11.10　円の媒介変数表示　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 24 分)

目次に戻る

11.11　楕円の媒介変数表示　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 50 分)

目次に戻る

11.12　楕円の媒介変数表示　(Standard)

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\cdots\cdots$① で表される曲線上の点 (x, y) は

$$x = a\cos\theta,\quad y = b\sin\theta$$

のように媒介変数 θ を用いて表すことができる．このことを，式 ① の曲線と円 $x^2+y^2=a^2$ とをともに図示することで説明せよ．

(豊橋技術科学大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 41 分)

目次に戻る

11.13　楕円の媒介変数表示　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

実数 x, y が $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ を満たしながら変化するとき，$(x-1)^2 + 4(y-1)^2$ の 最大値は $\boxed{}$ であり，最小値は $\boxed{}$ である．

(関西大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 57 分)

目次に戻る

11.14　双曲線　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 84 分)

目次に戻る

11.15　双曲線の方程式　(Standard)

xy 座標平面において，2 直線 $y = 2(x+2)$，$y = -2(x+2)$ を漸近線とし，原点を通る双曲線の方程式は $\boxed{}$ である．また，この双曲線の 1 つの焦点を $\mathrm{F}(c,\ 0)$ $(c > 0)$ とすると，$c = \boxed{}$ である．

(鹿児島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 69 分)

目次に戻る

11.16　双曲線と軌跡　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

座標平面上に点 A$(-3, 1)$ をとる．実数 t に対して，直線 $y = x$ 上の 2 点 B, C を B$(t-1, t-1)$, C(t, t) で定める．2 点 A, B を通る直線を l とする．点 C を通り，傾き -1 の直線を m とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　l と m が交点をもつための t の必要十分条件を求めよ．

(2)　t が (1) の条件を満たしながら動くとき，l と m の交点の軌跡を求めよ．

(大阪府立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 159 分)

目次に戻る

11.17　双曲線の接線の方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 6 分)

目次に戻る

11.18　双曲線の接線の方程式　(Standard)

双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ 上の 1 点 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ から円 $x^2 + y^2 = 1$ に引いた 2 本の接線の両接点を通る直線を l とする．ただし，$y_0 \neq 0$ とする．

(1)　直線 l は，方程式 $x_0x + y_0y = 1$ で与えられることを示せ.

(2)　直線 l は，双曲線に接することを証明せよ.

(名古屋市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 80 分)

目次に戻る

11.19　楕円と双曲線の直交条件　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

楕円 $C_1 : \dfrac{x^2}{\alpha^2} + \dfrac{y^2}{\beta^2} = 1$ と双曲線 $C_2 : \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ を考える．C_1 と C_2 の焦点が一致しているならば，C_1 と C_2 の交点でそれぞれの接線は直交することを示せ．

(北海道大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 93 分)

目次に戻る

11.20　双曲線の媒介変数表示　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 50 分)

目次に戻る

11.21　双曲線の媒介変数表示　(Standard)

原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円 C_1 と媒介変数 θ を用いて $x = \dfrac{1}{\cos\theta}$，$y = \tan\theta$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ で表される曲線 C_2 について，次の問に答えよ.

(1)　C_1 と C_2 の交点で，第 1 象限にあるものの座標を求めよ.

(2)　(1) で求めた交点における C_2 の接線の方程式を求めよ.

(3)　C_1 と C_2 で囲まれた原点を含まない図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

(群馬大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 85 分)

目次に戻る

11.22　双曲線の媒介変数表示　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

媒介変数 t を用いて $x = \tan t$, $y = \dfrac{\sqrt{3}}{\cos t}$ で表される曲線上を動く点 P, y 軸上の点 A$(0, 2)$, および, P から直線 $y = k$ に引いた垂線の足 H を考える. 比 $\dfrac{\mathrm{PA}}{\mathrm{PH}}$ の値が P の位置によらず一定になるような定数 k がきまることを示せ.

(長崎大　改)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 65 分)

目次に戻る

11.23　放物線　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 82 分)

目次に戻る

11.24　放物線の方程式　(Standard)

点 $(1, 1)$ と直線 $y = -2$ からの距離が等しい点の軌跡は放物線であり，その方程式は $y = ax^2 + bx - \dfrac{1}{3}$ である．このとき，$a = \boxed{}$，$b = \boxed{}$ である．

(鹿児島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 42 分)

目次に戻る

11.25　2 つの放物線の準線の一致　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

2 次方程式 $3x^2+13x+5=0$ の 2 つの解を α, β とする．p を正の実数とする．放物線 $y=\alpha x^2+px+\beta$ の準線と放物線 $y=\beta x^2+px+\alpha$ の準線が一致するとき，$p=\boxed{}$ である．

(東海大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 67 分)

目次に戻る

11.26　放物線の接線の方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 12 分)

目次に戻る

11.27　放物線の接線の方程式　(Standard)

放物線 $y^2 = 4px$ $(p > 0)$ の焦点を F，放物線上の任意の点を $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ とする．

(1) 点 P での接線の方程式は，$y_0 y = 2p(x + x_0)$ であることを示せ．

(2) 点 P における接線と直線 FP のなす角は，接線と x 軸のなす角に等しいことを示せ．

(津田塾大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 58 分)

目次に戻る

11.28　極線が焦点を通るための条件　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

座標平面上に放物線 $C : y^2 = 4x$ と点 A$(-1,\ a)$ がある．ただし，a は実数とする．

(1)　C 上の点 P$\left(\dfrac{p^2}{4},\ p\right)$ における接線の方程式を p を用いた式で表せ．ただし，$p \neq 0$ とする．

(2)　点 A から C に引いた接線は 2 本存在することを証明せよ．また，それら 2 本の接線は直交することを証明せよ．

(3)　点 A から C に引いた 2 本の接点を Q, R とする．直線 QR は C の焦点 F を通ることを証明せよ．

(山梨大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 127 分)

目次に戻る

11.29　離心率　(Basic)

講義を視聴 (無料)
(講義時間 : 22 分)

目次に戻る

11.30　円錐曲線と離心率　(Standard)

e を与えられた正の定数とし，点 A の座標を $(1,0)$ とする．点 P の座標を (x,y) とするとき以下の問いに答えよ．

(1)　y 軸から点 P までの距離と点 A から点 P までの距離の比が $1:e$ であるために x,y が満たすべき条件を求めよ．

(2)　$e=1$ のとき，(1) の条件を満たす点 P の軌跡は放物線 $x=ky^2+\ell y+m$ となる．k,ℓ,m の値を求めよ．

(3)　$0<e<1$ のとき，(1) の条件を満たす点 P の軌跡は，楕円

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

を平行移動させたものである．そのような a,b (どちらも正とする) を e の式で表し，x 方向，y 方向にそれぞれどれだけ平行移動すれば点 P の軌跡になるかを答えよ．

(4)　$e>1$ のとき，(1) の条件を満たす点 P の軌跡は，双曲線

$$\frac{x^2}{c^2}-\frac{y^2}{d^2}=1$$

を平行移動させたものである．そのような c,d (どちらも正とする) を e の式で表し，x 方向，y 方向にそれぞれどれだけ平行移動すれば点 P の軌跡になるかを答えよ．

(5)　(1) の条件を満たす点 P の軌跡の概形を，$e=\dfrac{1}{2}$, 1, 2 の 3 つの場合について同一平面上に図示せよ．

(北見工業大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 99 分)

目次に戻る

11.31　円錐曲線と離心率　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

xy 平面において，原点 O と直線 $x=2$ からの距離の比が $\sqrt{r}:1$ であるような点 P について，次の各問に答えよ.

(1)　点 P の軌跡を C とするとき，曲線 C の方程式を求めよ.

(2)　$r=2$ のとき，軌跡 C はどのような図形になるか答え, その軌跡の概形を描け.

(3)　軌跡 C が，長軸の長さが $\sqrt{5}$ であるような楕円になるときの r の値を求めよ.

(鹿児島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 86 分)

目次に戻る

第12章　極座標と極方程式 (数学 C)

12.1　極座標　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 32 分)

目次に戻る

12.2　直交座標と極座標　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 19 分)

目次に戻る

12.3　極方程式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 22 分)

目次に戻る

12.4　直交座標と極座標　(Standard)

直交座標 (x, y) の原点 O を極とし，x 軸 $(x \geqq 0)$ の半直線を偏角 θ の始線とする極座標 (r, θ) において，極方程式 $r^2 = r(\sin\theta + 4\cos\theta) - 5 + r^2\sin^2\theta$ で表される曲線を，直交座標 (x, y) における x と y の方程式として表しなさい．なお，θ の向きは反時計まわりを正の向きとする．

(公立千歳科学技術大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 30 分)

目次に戻る

12.5　極の位置と極方程式　(Standard)

座標平面上に定点 F$(-4, 0)$ および定直線 $l : x = -\dfrac{25}{4}$ が与えられている.

(1)　動点 P(x, y) から l へ垂線 PH を引くとき, $\dfrac{\mathrm{PF}}{\mathrm{PH}} = \dfrac{4}{5}$ となるように, P が動くものとする. このとき P の軌跡の方程式を求めよ.

(2)　F を極, F から x 軸の正の方向に向かう半直線を始線（基線）とする極座標を考える. このとき (1) で得られた図形を極方程式で表せ.

(3)　原点 O を極, O から x 軸の正の方向に向かう半直線を始線（基線）とする極座標を考える. このとき (1) で得られた図形を極方程式で表せ.

(山梨大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 87 分)

目次に戻る

12.6　直交座標と極座標　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

極方程式 $r = a\cos\theta \left(-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ で与えられる曲線を C_1 とする．ただし，a は正の定数である．このとき，次の各問いに答えよ．

(1) 曲線 C_1 上の点 P と極 O を結ぶ直線 OP の点 P の側の延長上に $\mathrm{PQ} = a$ となるように点 Q をとる．点 P が C_1 上を動くときの点 Q の軌跡 C_2 の極方程式を求めよ．

(2) (1) で求めた曲線 C_2 上の点 $\mathrm{Q}(r_0, \theta_0)$ を通り，点 Q と極 O を結ぶ直線に垂直な直線を l とする．直線 l の直交座標 (x, y) に関する方程式を求めよ．

(3) (2) で求めた直線 l は，点 Q に関係なく常に点 $(a, 0)$ を中心とし半径が a の円に接することを証明せよ．

(鹿児島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 86 分)

目次に戻る

12.7　正葉曲線のグラフ　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

座標平面上の曲線 $\left(x^2+y^2\right)^2=x^3-3xy^2$ を描け.

(東京医科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 85 分)

目次に戻る

12.8　極座標で表された曲線の長さ　(Standard)

平面上の点の直交座標を (x, y)，極座標を (r, θ) とする．極方程式 $r = f(\theta)$ によって表される曲線 C について，次の問いに答えよ．

(1)　曲線 C 上の点 (x, y) について，$\left(\dfrac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{d\theta}\right)^2$ を $f(\theta)$, $f'(\theta)$ を用いて表せ．

(2)　$f(\theta) = \sin^3 \dfrac{\theta}{3}$ のとき，曲線 C の $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の部分の長さを求めよ．

(熊本大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 53 分)

目次に戻る

12.9　極座標における回転体の体積　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

xy 平面上で原点を極，x 軸の正の部分を始線とする極座標に関して，極方程式 $r = 2 + \cos\theta$ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ により表される曲線を C とする．C と x 軸とで囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ．

(京都大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 95 分)

目次に戻る

第13章　複素数平面 (数学 C)

13.1　複素数平面　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 46 分)

目次に戻る

13.2 複素数の加法・減法・実数倍 (Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 70 分)

目次に戻る

13.3　複素数の絶対値　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 13 分)

目次に戻る

13.4　2点間の距離　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 18 分)

目次に戻る

13.5　複素数の絶対値の最大値と最小値　(Standard)

複素数 z が $|z-2i|=2$ を満たすとき，$|z-2\sqrt{3}|$ の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの z の値を求めよ．ただし，i は虚数単位である．

(山形大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 71 分)

目次に戻る

13.6　共役複素数の性質　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 108 分)

目次に戻る

13.7　共役複素数と絶対値　(Standard)

z, w を $|z| = 2$, $|w| = 5$ を満たす複素数とする．$z\overline{w}$ の実部が 3 であるとき，$|z - w| = \boxed{}$ である．

(愛媛大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 53 分)

目次に戻る

13.8　複素数の絶対値と直角になる条件　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

k を実数として，2 次方程式 $x^2 + 2kx + 3k = 0$ の 2 つの解を α, β $(\alpha \neq \beta)$ とする．i を虚数単位として次の問いに答えよ.

(1)　$|\alpha - i|^2 + |\beta - i|^2$ の値を k を用いて表せ.

(2)　複素数平面において，複素数 α, β, i を表す点をそれぞれ $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{P}$ とする．$\angle \mathrm{APB}$ が直角になるような k の値を求めよ.

(九州大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 95 分)

目次に戻る

13.9　複素数の実数条件　(Standard)

　複素数 z が $|z-1|=1$ を満たし，かつ $z+\dfrac{1}{z}$ が実数であるならば

$$z=\boxed{},\ \boxed{}$$

である．ただし，i は虚数単位とする．

(東京工科大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 61 分)

目次に戻る

13.10　複素数の実数条件と軌跡　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

下の問いに答えなさい.

(1)　$z+\dfrac{16}{z}$ が実数となるような 0 でない複素数 z が描く図形を複素数平面上に図示しなさい.

(2)　(1) でさらに $2 \leqq z+\dfrac{16}{z} \leqq 10$ となるような 0 でない複素数 z が描く図形を複素数平面上に図示しなさい.

(東京都立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 100 分)

目次に戻る

13.11　極形式　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 27 分)

目次に戻る

13.12　複素数の乗法・除法　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 66 分)

目次に戻る

13.13 極形式 (Standard)

$|\alpha| = |\beta| = 1$ かつ $\alpha + \beta = 1$ を満たす複素数 α, β について，$\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ．

(広島市立大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 57 分)

目次に戻る

13.14　極形式　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

複素数平面上の原点 O と異なる 2 点 A(α), B(β) に対して

$$3\alpha^2 - 6\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$$

が成り立つ．3 点 O, A, B を通る円を C とする．

(1)　$\dfrac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表せ．ただし，偏角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leqq \pi$ とする．

(2)　円 C の中心と半径を α を用いて表せ．

(3)　$|3\alpha - 2\beta|$ を β を用いて表せ．

(4)　次が成り立つとき α を求めよ．

　(ア)　点 z が円 C 上を動くとき $w = i\bar{z}$ も C 上にある．

　(イ)　$a + \bar{\alpha}$ は正の実数である．

　(ウ)　$|3\alpha - 2\beta| = 2\sqrt{6}$

(名古屋工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 163 分)

目次に戻る

13.15　原点を中心とする回転移動　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 98 分)

目次に戻る

13.16　直角三角形の頂点になる条件　(Standard)

k を実数の定数とし，2 次方程式 $z^2 - 2z + k = 0$ の解を α, β とする．複素数平面上で 3 点 O(0), A(α), B(β) が直角三角形の頂点になるように，k の値を定めよ．

(山形大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 115 分)

目次に戻る

13.17　原点からの距離が最大となる点　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数平面上において，等式 $5x^2+5y^2-6xy=8$ を満たす点 $x+yi$ 全体の表す曲線を C_0 とする．また，曲線 C_0 を原点のまわりに $\dfrac{\pi}{4}$ だけ回転させた曲線を C_1 とする．等式 $ax^2+by^2+cxy+dx+ey=4$ を満たす点 $x+yi$ 全体の表す曲線が C_1 であるとき，次の問いに答えよ．ただし，x, y は実数，i は虚数単位，a, b, c, d, e は定数とする．

(1)　点 $p+qi$ を原点のまわりに $\dfrac{\pi}{4}$ だけ回転させた点を $s+ti$ とするとき，p と q を s と t を用いて表せ．ただし，p, q, s, t は実数とする．

(2)　a, b, c, d, e の値を求めよ．

(3)　曲線 C_0 上の点で，原点からの距離が最大となる点をすべて求めよ．

(和歌山大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 92 分)

目次に戻る

13.18　原点以外の点を中心とする回転移動　(Standard)

(1)　α, β は $\alpha \neq \beta$ をみたす複素数とし，θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．複素数平面上で，点 α を点 β のまわりに θ 回転した点を表す複素数を γ とする．γ を α と β と θ を用いて表せ.

(2)　$\alpha = i$ (i は虚数単位) とする．点 α を原点のまわりに $\dfrac{\pi}{3}$ 回転した点を表す複素数を β とする．点 α を点 β のまわりに $\dfrac{\pi}{4}$ 回転した点を表す複素数を γ とする. γ の実部と虚部を求めよ.

(奈良女子大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 43 分)

目次に戻る

13.19　平行移動と回転移動　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

　複素数平面上に原点 O と 3 点 A(5)，B$(-10-5i)$，C$(3+4i)$ をとる．△OAB を，点 O が点 C に重なるように平行移動し，さらに点 C のまわりに θ だけ回転した．このとき，点 A は点 A$'(\alpha)$ に，点 B は点 B$'(\beta)$ に移った．ただし，$-\dfrac{\pi}{2} < \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とし，α, β は複素数とする．3 点 O, C, A$'$ が一直線上にあるとき，次の問いに答えよ．

(1)　α, $\sin\theta$ の値を求めよ．

(2)　β の値を求めよ．

(3)　$\angle$B$'$OA$'$ の大きさを求めよ．

(和歌山大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 99 分)

目次に戻る

13.20 ド・モアブルの定理 (Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 54 分)

目次に戻る

13.21　ド・モアブルの定理　(Standard)

$z = 1 + \sqrt{3}i$ とする．このとき，

$$1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5$$

の値を求めなさい.

(福島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 40 分)

目次に戻る

13.22　ド・モアブルの定理　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

(1)　複素数 α は $\alpha^2+3\alpha+3=0$ を満たすとする．このとき，$(\alpha+1)^2(\alpha+2)^5=\boxed{}$ である．また，$(\alpha+2)^s(\alpha+3)^t=3$ となる整数 s, t の組をすべて求め，求める過程とともに解答欄 (1) に記述しなさい．

(2)　多項式 $(x+1)^3(x+2)^2$ を x^2+3x+3 で割ったときの商は $\boxed{}$，余りは $\boxed{}$ である．また，$(x+1)^{2021}$ を x^2+3x+3 で割ったときの余りは $\boxed{}$ である．

(慶應義塾大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 131 分)

目次に戻る

13.23　1 の n 乗根　(Basic)

講義を視聴 (無料)

(講義時間 : 49 分)

目次に戻る

13.24　1 の 3 乗根の図示　(Standard)

$z^3 = 1$ をみたすすべての複素数 z を極形式によって表し，それらを複素数平面に図示せよ．

(滋賀大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 43 分)

目次に戻る

13.25　複素数の n 乗根　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

複素数 $\alpha = 1 + \sqrt{3}i$ について，次の問いに答えよ．ただし，$i^2 = -1$ とする．

(1)　α^2, $\dfrac{1}{\alpha}$ の値をそれぞれ $a + bi$ $(a, b$ は実数$)$ の形で表せ．

(2)　$z^6 = \alpha^6$ となる複素数 z のうち，実数でないものをすべて掛けた数を求めよ．

(大阪工業大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 75 分)

目次に戻る

13.26 (γ - α)(β - α) (Standard)

複素数平面上の三角形の頂点を，A(α), B(β), C(γ) とする．これらが

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{1}{2}(\sqrt{3}+i)^2$$

をみたすとき，次の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ の絶対値を r，偏角を θ とおく．このとき，r および θ を求めよ．ただし，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ とする．

(2) $\dfrac{\beta-\gamma}{\alpha-\gamma}$ の値を求めよ．

(東京農工大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 59 分)

目次に戻る

13.27 (γ - α)(β - α) (High-level)

(制限時間 : 15 分)

複素数平面上の相異なる 3 点 A(α), B(β), C(γ) に対して

$$(3+9i)\alpha-(8+4i)\beta+(5-5i)\gamma=0$$

が成立するとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\dfrac{\beta-\gamma}{\alpha-\gamma}$ の実部と虚部を求めよ.

(2) $\angle$ACB の大きさと $\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$ を求めよ.

(3) $\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}$ を求めよ.

(同志社大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 55 分)

目次に戻る

13.28　三角形　(Standard)

複素数平面において，複素数 2，4i，z を表す点をそれぞれ A，B，C とする．ただし，i は虚数単位とする．

(1)　△ABC が ∠ACB を直角とする直角二等辺三角形となるように，複素数 z の値を定めよ．

(2)　△ABC が正三角形となるように，複素数 z の値を定めよ．

(弘前大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 50 分)

目次に戻る

13.29　三角形　(High-level)

(制限時間 : 15 分)

複素数平面上で，複素数 α, β, γ を表す点をそれぞれ A, B, C とする．次の問いに答えよ．

(1)　A, B, C が正三角形の 3 頂点であるとき

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha = 0 \quad \cdots\cdots (*)$$

が成立することを示せ.

(2)　逆に，この関係式 $(*)$ が成立するとき，A = B = C となるか，または，A, B, C が正三角形の 3 頂点となることを示せ.

(金沢大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 66 分)

目次に戻る

13.30　四角形　(Standard)

複素数平面上で，0 でない複素数 α, β を表す点をそれぞれ A, B とし，原点を O とする．α, β が等式 $\alpha^2 - 2\alpha\beta + 2\beta^2 = 0$ をみたすとき，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\alpha}{\beta}$ の値，$\arg\alpha - \arg\beta$ の値をそれぞれ求めよ．

(2) さらに，点 C を四角形 OACB が平行四辺形になるように定める．$\beta = 1 + 3i$ であるとき，頂点 C を表す複素数を求めよ．

(星薬科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 39 分)

目次に戻る

13.31　四角形　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数平面上の 4 点 A(α), B(β), C(γ), D(δ) を頂点とする四角形 ABCD を考える．ただし，四角形 ABCD は，すべての内角が 180° より小さい四角形 (凸四角形) であるとする．また，四角形 ABCD の頂点は反時計回りに A, B, C, D の順に並んでいるとする．四角形 ABCD の外側に，4 辺 AB, BC, CD, DA をそれぞれ斜辺とする直角二等辺三角形 APB, BQC, CRD, DSA を作る．次の問いに答えよ．

(1)　点 P を表す複素数を求めよ．

(2)　四角形 PQRS が平行四辺形であるための必要十分条件は，四角形 ABCD がどのような四角形であることか答えよ．

(3)　四角形 PQRS が平行四辺形であるならば，四角形 PQRS は正方形であることを示せ．

(広島大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 99 分)

目次に戻る

13.32　共線条件　(Standard)

(1)　複素数平面上の異なる 3 点 α, β, γ が同一直線上にあるための必要十分条件は $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数であることを示せ.

(2)　3 個の複素数 -1, iz, z^2 の表す点が同一直線上にあるための条件を求めよ.

(津田塾大　改)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 63 分)

目次に戻る

13.33　垂直条件　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

正の実数 k と虚数単位 i に対し $\alpha = ki$ と定め，$\beta = \dfrac{1}{\alpha - 1}$，$\gamma = 2\alpha - 3$ として，複素数平面上に 3 点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$，$\mathrm{C}(\gamma)$ をとる．また，$\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{2}$ となるときの k の値を k_0 とする．次の問いに答えよ．

(1)　β の実部と虚部をそれぞれ k で表せ.

(2)　k_0 の値を求めよ.

(3)　$k = k_0$ のとき，$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積 S を求めよ.

(4)　$k = k_0$ のとき，点 A と直線 BC の距離 d を求めよ.

(5)　$k = k_0$ のとき，$\theta = \arg\left(\beta^{2023}\right)$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ とする．θ の値を求めよ.

(宇都宮大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 115 分)

目次に戻る

13.34　円の方程式　(Standard)

z を複素数としたとき，方程式 $|z-3| = 2|z|$ を満たす点 z 全体は，複素数平面上のどのような図形か述べよ．

(秋田県立大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 36 分)

目次に戻る

13.35　円の方程式　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$ をみたす定数とし，x の 2 次方程式

$$x^2 - (4\cos\theta)x + \frac{1}{\tan\theta} = 0 \quad \cdots\cdots (*)$$

を考える．以下の問いに答えよ．

(1)　2 次方程式 $(*)$ が実数解をもたないような θ の値の範囲を求めよ．

(2)　θ が (1) で求めた範囲にあるとし，$(*)$ の 2 つの虚数解を α, β とする．ただし，α の虚部は β の虚部より大きいとする．複素数平面上の 3 点 $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$, $\mathrm{O}(0)$ を通る円の中心を $\mathrm{C}(\gamma)$ とするとき，θ を用いて γ を表せ．

(3)　点 O，A，C を (2) のように定めるとき，三角形 OAC が直角三角形になるような θ に対する $\tan\theta$ の値を求めよ．

(九州大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 121 分)

目次に戻る

13.36　軌跡　(Standard)

　複素数 z が $|z-1|=1$ をみたすとき，複素数平面上で

$$w = \frac{z-i}{z+i}$$

によって定まる点 w の軌跡を図示せよ．

(早稲田大)

講義を視聴 (現在無料)
(講義時間 : 67 分)

目次に戻る

13.37　軌跡　(High-level)

(制限時間 : 25 分)

複素平面上において原点 O を中心とする半径 1 の円を C とする．円 C の外部の点 $\mathrm{P}(w)$ を通る円 C の 2 本の接線の接点をそれぞれ $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$ とする．直線 OP と直線 AB の交点を Q とし，Q の実軸に関して対称な点を $\mathrm{R}(z)$ とする．

(1)　z を w を用いて表せ.

(2)　$z = \dfrac{1}{2}$, $z = \dfrac{i}{2}$ のときの w の値をそれぞれ γ, δ とする．点 $\mathrm{R}(z)$ が点 $\dfrac{1}{2}$ と 点 $\dfrac{i}{2}$ を結ぶ直線上にあるとき，点 $\mathrm{P}(w)$ は原点 O，点 γ，点 δ の 3 点を通る円上にあることを示せ.

(3)　次の ①と② をつなげた曲線を考える.

① 点 $\dfrac{1}{2}$ と点 $\dfrac{i}{2}$ を結ぶ線分

② 円 $|z| = \dfrac{1}{2}$ 上で，点 $\dfrac{i}{2}$ と点 $\dfrac{1}{2}$ を端点とし，中心角が $\dfrac{3\pi}{2}$ の弧

点 $\mathrm{R}(z)$ がこの曲線上を点 $\dfrac{1}{2}$ から出発し，①を通って点 $\dfrac{i}{2}$ へ，次に②を通って点 $\dfrac{1}{2}$ に戻ってくるときの点 $\mathrm{P}(w)$ の軌跡を図示せよ.

(札幌医科大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 178 分)

目次に戻る

13.38　領域　(Standard)

z は $|z-2| \leqq 1$ をみたす複素数，a は $0 \leqq a \leqq 2$ をみたす実数とする．さらに $w = iaz$ とする．ただし，i は虚数単位である．

(1)　複素数平面において w の存在範囲を図示せよ．

(2)　w の偏角の範囲を求めよ．

(法政大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 61 分)

目次に戻る

13.39　領域　(High-level)

(制限時間 : 20 分)

複素数 $\alpha = 2 + i$, $\beta = -\dfrac{1}{2} + i$ に対応する複素数平面上の点を $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$ とする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) 複素数平面上の点 $\mathrm{C}\left(\alpha^2\right)$, $\mathrm{D}\left(\beta^2\right)$ と原点 O の 3 点は一直線上にあることを示せ．

(2) 点 $\mathrm{P}(z)$ が直線 AB 上を動くとき，z^2 の実部を x，虚部を y として，点 $\mathrm{Q}\left(z^2\right)$ の軌跡を x, y の方程式で表せ．

(3) 点 $\mathrm{P}(z)$ が三角形 OAB の周および内部にあるとき，点 $\mathrm{Q}\left(z^2\right)$ 全体のなす図形を K とする．K を複素数平面上に図示せよ．

(4) (3) の図形 K の面積を求めよ．

(早稲田大)

講義を視聴 (現在無料)

(講義時間 : 132 分)

目次に戻る